SACHSTRUKTUR UND SCHÜLER-FÄHIGKEITEN BEIM EINFACHEN ELEKTRISCHEN STROMKREIS

Eine empirische Untersuchung im 5. Schuljahr
mit einem stochastischen Modell des Testverhaltens

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen
Fakultät der Christian-Albrechts-Universität Kiel

Vorgelegt von
Hans Jörg NIEDDERER
Kiel

1972

Referent: ....

Korreferent: ....

Tag der mündlichen Prüfung: ....

Zum Druck genehmigt: Kiel, den ....

....

Dekan

Inhaltsverzeichnis

Die Philosophie ist in dem großen Buch niedergeschrieben, das vor unseren Augen immer offen liegt, ich meine das Universum. Aber wir können es erst lesen, wenn wir die Sprache gelernt haben und mit den Zeichen vertraut sind, in denen es geschrieben ist. Es ist in der Sprache der Mathematik geschrieben, und seine Buchstaben sind Dreiecke, Kreise und andere geometrische Figuren; ohne diese Mittel ist es dem Menschen unmöglich, auch nur ein einziges Wort zu verstehen.

Galilei

1. Einleitung

Die vorliegende Arbeit entwickelte sich aus empirischen Begleituntersuchungen bei der Entwicklung des IPN Curriculum Physik. Ihre empirischen Ergebnisse stammen aus einem getrennt von der Erprobung des Curriculum durchgeführten Unterrichtsversuch mit vier Klassen des fünften Schuljahres eines Gymnasiums.

Diese Arbeit stellt sich zwei Ziele. Ein erstes Ziel ist die möglichst präzise Erfassung von Vorkenntnissen, falschen und richtigen Vorstellungen, welche die Schüler aus ihrer Umwelterfahrung mit elektrischen Phänomenen in den Unterricht einbringen. Auf diesen früher erworbenen Verhaltensdispositionen muß der Unterricht aufbauen, wenn er nicht Gefahr laufen will, durch das Lehren von schon Bekanntem zu langweilen oder aus Unkenntnis vorhandener falscher Vorstellungen diese noch zu verfestigen oder die Grundlage für Mißverständnisse oder mangelhaften Unterrichtserfolg zu legen. kursiv

Ein zweites Ziel ist es , Grundlagen für die Konstruktion und Interpretation unterrichtsbezogener Leistungstests bereitzustellen. Dabei geht es vor allem um die Frage, wie Fähigkeiten der Schüler so gemessen werden können, daß mit Hilfe dieser gemessenen Größen Voraussagen über das Verhalten einzelner Schüler in bestimmten schulischen und ausserschulischen Situationsbereichen gemacht werden können. Die Meßgröße "Fähigkeit" muß dabei hinsichtlich ihrer Dimension als auch des quantitativen Ausmasses durch die Beschreibung eines Meßverfahrens präzisiert werden.

Das theoretische Bezugsfeld dieser Fragestellung erweist sich als vielschichtig. Die Arbeit trägt insofern den typisch interdisziplinären Charakter, welcher die Didaktik der Physik als eine Fachdidaktik generell kennzeichnet. Das theoretische Bezugsfeld reicht von psychologischen Methoden zur Untersuchung der Begriffsbildung über die psychologische Meßtheorie, die Kybernetik, die Curriculumtheorie bis zu fachmethodischen und fachlichen Aspekten. Aus den Ergebnissen psychologischer Begriffsbildungsexperimente (vgl. z.B. DÖRNER, 1969) werden Verfahren zur Beschreibung von Objekten übernommen, ohne zunächst auf Denkvorgänge einzugehen. Diese Verfahren dienen dazu, den Anwendungsbereich und damit die Dimension von Fähigkeiten möglichst genau und möglichst breit anwendbar zu kennzeichnen. Aus der psychologischen Meßtheorie (vgl. z.B. FRICKE, 1971, SPADA, 1969) werden grundsätzliche Überlegungen zur Messung von Fähigkeiten als Lösungswahrscheinlichkeiten übernommen, ohne allerdings hier die in diesen Arbeiten verfolgten hohen Ansprüche an Skalenniveau, spezifische Objektivität und Genauigkeit der Schätzwerte aufrecht zu erhalten. In dieser Arbeit geht es demgegenüber mehr um die Entdeckung relevanter Meß-Dimensionen in Sachbereichen, die neu durch Tests erschlossen werden. Kybernetische Denkweisen (im Anschluß an KROEBEL, 1967, WELTNER , 1970, STEINBUCH, 1965) durchziehen die Überlegungen und Definitionen zur Sachstruktur und Begriffsstruktur, wobei es vor allem um eine Trennung von Objekten und deren Sachstruktur einerseits und das Verhalten steuernder interner Modelle andererseits geht. Curriculumtheoretische Fragen (im Anschluß an FREY, 1971) werden bei den Konsequenzen dieses Ansatzes für die Lernzielformulierung und die Auffindung didaktisch angemessener Begriffsstrukturen behandelt. Fachdidaktische und physikalische Fragen schließlich bilden den Ausgangspunkt für die Formulierung der inhaltlichen Hypothesen und die Konstruktion der Tests. Dabei steht einer herkömmlicherweise verwendeten Begriffsstruktur "Stromkreis" (vgl. z.B. BLEICHROTH,1964, SIMON,1967, MOTHES,1968) eine mit Hilfe konkreterer Begriffe formulierte Begriffsstruktur "Anschlußbedingungen" (vgl. JUNG, 1970, IPN Curriculum Physik 1970) gegenüber.

Die angeführten Daten stammen aus 77 Items in drei Vortests, die 154 Schülern (5. Schuljahr) eines Gymnasiums vorgelegt wurden. Die inhaltlichen Ergebnisse aus diesen Daten stellen bezüglich ihrer Verallgemeinerung auf andere Populationen empirisch gewonnene Hypothesen dar.

2. Ein Modell des Testverhaltens

2.1. Verhalten

Das Ziel dieses Kapitels ist ein Modell für die Beschreibung des Verhaltens von Personen in bestimmten Situationen. Gedacht ist dabei in erster Linie an das Verhalten von Schülern bei der Bearbeitung von Testaufgaben in physikalischen Leistungstests.

Ein solches Verhalten kann als eine Wechselwirkung einer Person mit einem Objekt der Außenwelt beschrieben werden. Dabei sind der Beobachtung zugänglich

das Objekt,
Name oder Nummer der Person und
die von der Person gezeigte Verhaltensweise.

Denkvorgänge der Person und damit deren eigentliche Leistung können in diesem Modell nur indirekt aus diesen beobachtbaren Komponenten erschlossen werden.

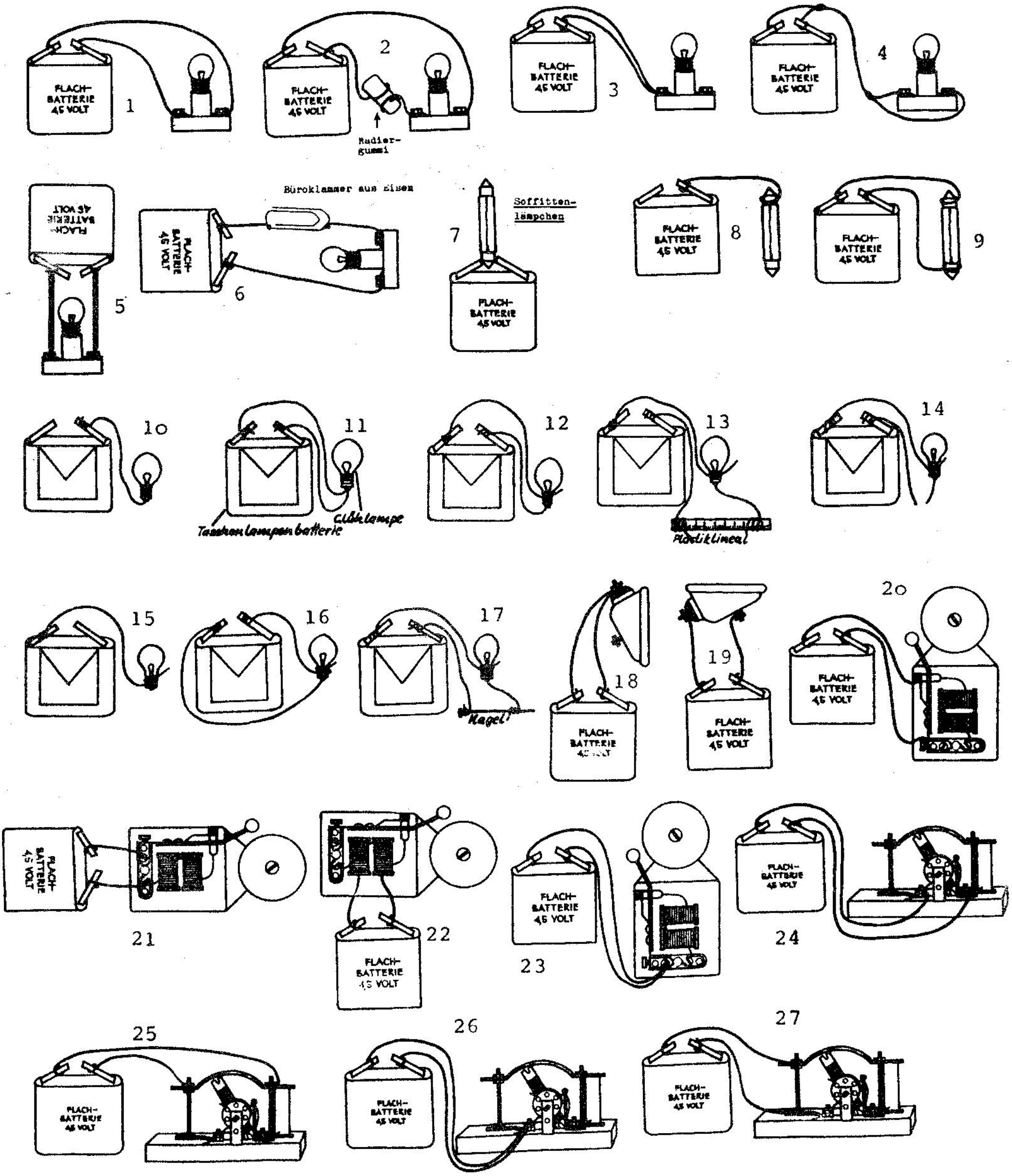
Nun sind es gerade Aussagen über Eigenschaften von Personen, welche das Hauptinteresse des Didaktikers beanspruchen. Da viele unklar definierte Begriffe für solche Eigenschaften verwendet werden, z. B. Leistung, Fähigkeit, Leistungsfähigkeit, Qualifikation, Verhaltensdisposition, u. a., lautet unsere Hauptfrage: Welche Aussagen über Eigenschaften von Personen lassen sich aus den beobachtbaren Komponenten des Verhaltens gewinnen?

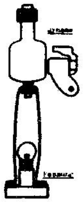
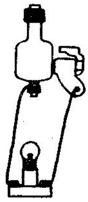
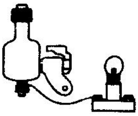
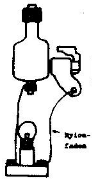
Bevor wir diese Frage direkt angehen, sollen in den beiden nächsten Abschnitten Beschreibungsformen für Objekte und Verhaltensweisen angegeben werden.

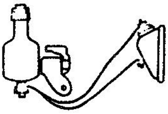
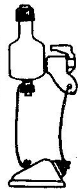
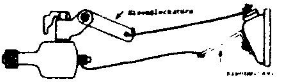
2.2. Klassenbegriffe, Sachstruktur, Begriffsstruktur, Variablen und Sachstrukturmuster

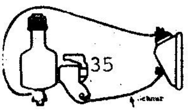
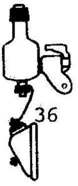
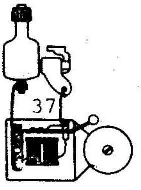
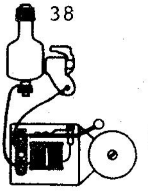
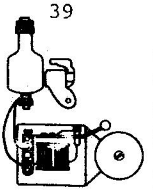
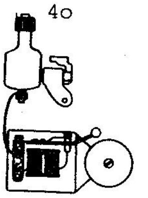
Ziel dieses Abschnitts ist die Bereitstellung der genannten Begriffe als Basis für die Beschreibung von Objekten in Beziehung auf das durch sie ausgeübte Verhalten. Dabei wird zunächst ange-

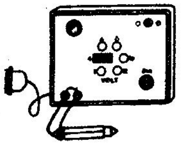
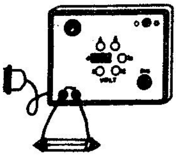
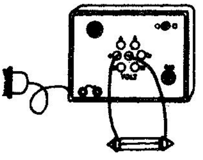
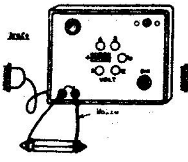
Abb. 1: Das Objektuniversum aus 6o gezeichneten Schaltungen, die im Test mit Hilfe von 2 Auswahlantworten (funktioniert/funktioniert nicht) auf ihre Funktionsfähigkeit zu beurteilen waren. (Maßstab 1 : 2,8)

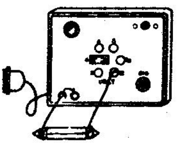


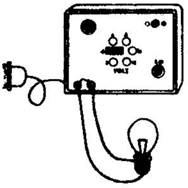
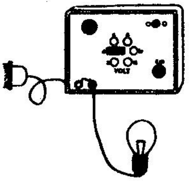
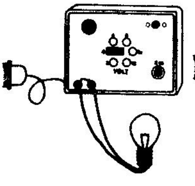
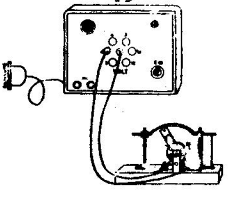
28

29

3o

31


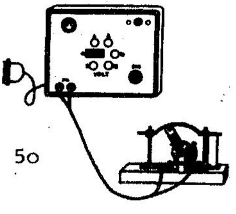
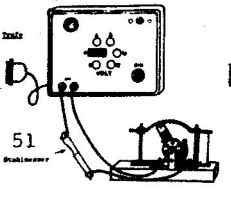
32

33

34


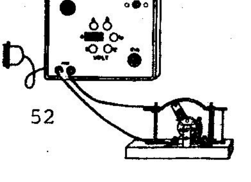
35

36

37

38

39

4o


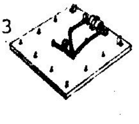
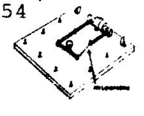
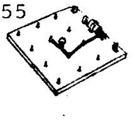
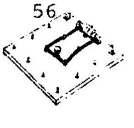
41

42

43

44


45


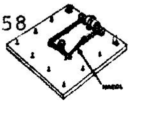
46

47

48

49


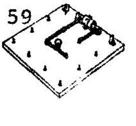
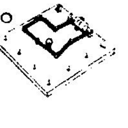
5o

51


52


53

54

55

56


57

58


59

6o


strebt, die Objektbeschreibung völlig losgelöst vom Verhalten von Personen zu behandeln, also die Sachstruktur getrennt von der Struktur des durch diese Objekte ausgelösten Denkens und Verhaltens (Psychostruktur). [1]

Objekte im Sinne unserer Untersuchung sind in erster Linie Testaufgaben, aber auch andere Gegenstände in anderen Situationen, die ein beobachtbares Verhalten auslösen. Um alle folgenden Definitionen und Überlegungen präziser fassen zu können, gehen wir zunächst von einer begrenzten Anzahl von Objekten aus, welche gemeinsam das Objektuniversum bilden. (Vgl. hier und im folgenden DÖRNER, 1969, und die dort zitierte Literatur über psychologische Untersuchungen zur Begriffsbildung mit künstlichen Objektuniversen). Diese Objekte sind 60 gezeichnete Schaltungen (vgl. Abb. 1), welche von den Schülern auf ihre Funktionsfähigkeit zu beurteilen waren (z.B. mit der Auswahlantwort: Das Lämpchen leuchtet/leuchtet nicht).

Objekte treten uns als Informationssender gegenüber. Die von ihnen ausgehende syntaktische Information läßt sich physikalisch als eine Menge von Signalen, vor allem optischer Art, beschreiben. (Vgl. STEINBUCH, 1965, S. 28). In dieser physikalischen Beschreibung der Objekte wäre z.B. von elektromagnetischen Wellen verschiedener Frequenz und Amplitude oder bei Schwarz-Weiß-Bildern einfacher von Hell-Dunkel-Informationen die Rede.

Def. 1: Die Menge, der von einem Objekt ausgehenden, räumlich geordneten Signale nennen wir die Signalstruktur eines Objektes. [2]

Die Beschreibung von Objekten durch ihre Signalstruktur ist sehr unökonomisch. Eine wesentlich ökonomischere Beschreibung von Objekten ergibt sich, wenn wir solche Worte der Umgangssprache und der wissenschaftlichen Fachsprache (hier der Physik) hinzunehmen, welche ganze Signalmuster, d.h. alle Signale eines Objektes oder von Teilen eines Objektes, durch ein Wort kennzeichnen (vgl. KROEBEL, 1967, S. 286).

---

1) Zum Verhältnis von sachlogischen und psychologischen Strukturen: vgl. FREY, 1971, S. 100 ff.

2) STEINBUCH, a.a.O., spricht von der Signalanordnung.

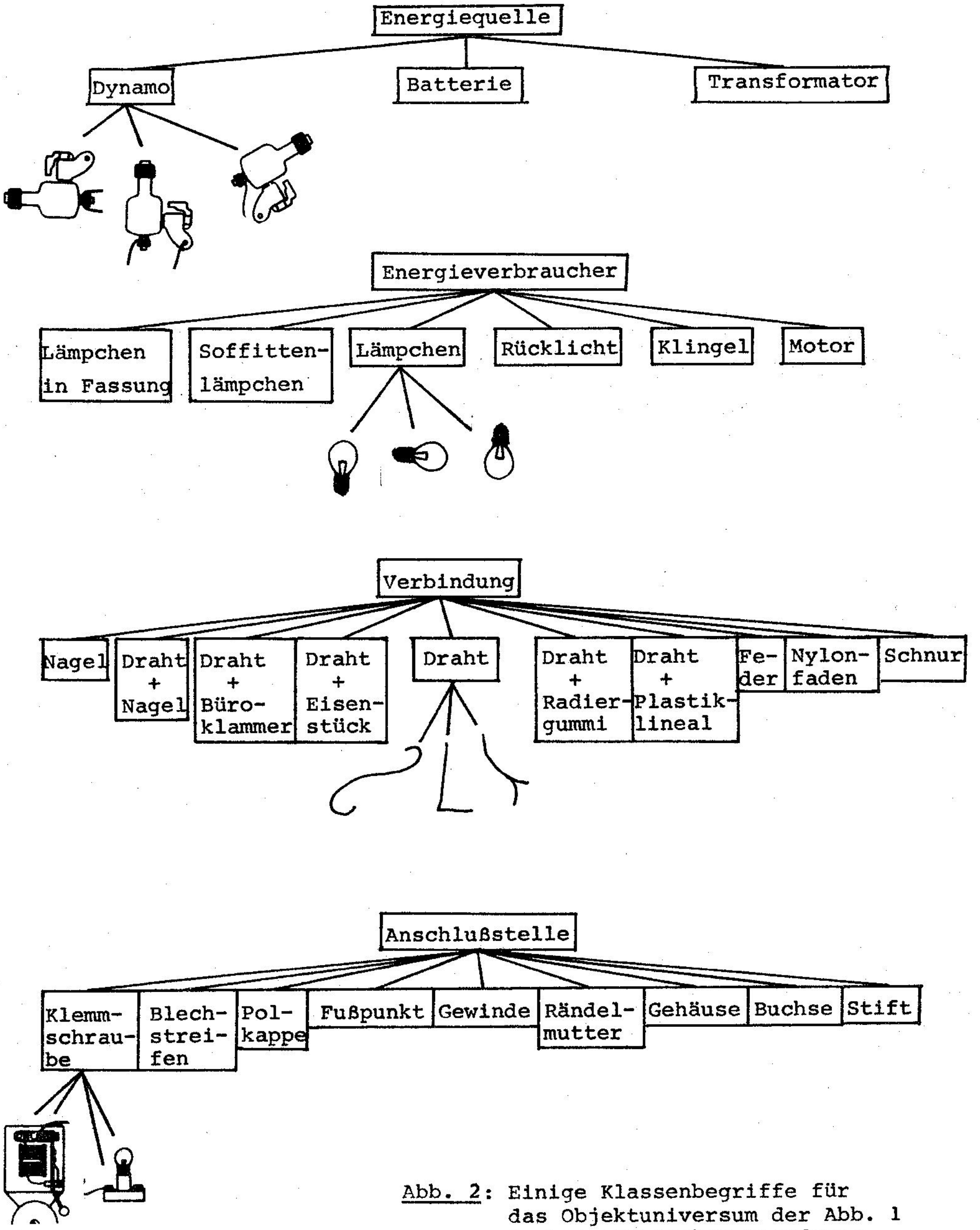


Abb. 2: Einige Klassenbegriffe für das Objektuniversum der Abb. 1 in hierarchischer Anordnung.

Solche Worte nennt man Klassenbegriffe (vgl. z.B. DÖRNER, 1969), weil sie zur Bezeichnung einer ganzen Klasse von Gegenständen bzw. deren Signalmustern dienen. Klassenbegriffe findet man oft in einer hierarchischen Anordnung (vgl. Abb. 2).

Das bedeutet, daß ein bestimmter Klassenbegriff (z. B. Dynamo) einerseits stellvertretend für mehrere speziellere Klassenbegriffe oder Signalmuster, seine Designata (DOERNER, 1969, S.12), aufgefaßt werden kann und andererseits selbst Designatum eines allgemeineren Klassenbegriffes (elektrische Energiequelle) sein kann. An der Basis jeder Pyramide stehen die entsprechenden Signalmuster.

In Abb. 3 ist an einem Beispiel dargestellt, wie ein Objekt auf Klassenbegriffe abgebildet werden kann.

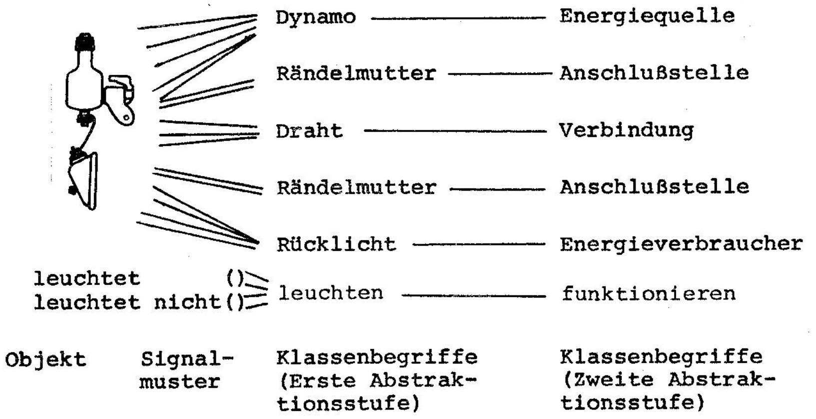


Abb. 3: Objekt, Signalmuster und Klassenbegriffe an einem Beispiel.

Durch Klassenbegriffe haben wir ein erstes Bild der Objekte in einem zweckmäßigen Medium, der Umgangs- oder Fachsprache, vor uns. Nehmen wir nun noch bestimmte Hilfswörter, z. B. Zahlwörter, und bestimmte sprachliche Verknüpfungen hinzu, so haben wir die Möglichkeit, Zusammenhänge zwischen diesen Signalmustern als Aussagen mit den Klassenbegriffen darzustellen. Es entstehen dann Sätze wie (vgl. Abb. 3):

"Am Dynamo ist eine Anschlußstelle angeschlossen",
"Von der Rändelmutter des Dynamos führt ein Draht zur Rändelmutter des Rücklichts",
"Die zweite Schraube am Rücklicht ist eine zweite Anschlußstelle",
"Die zweite Schraube am Rücklicht ist nicht angeschlossen",
"Der Dynamo hat nur eine Anschlußstelle".

Diese Sätze sind alle an ein bestimmtes Objekt gebunden. Sie stellen sprachliche Beschreibungen dieses Objektes dar. Die Menge solcher Beschreibungen nennen wir die Sachstruktur des Objektes.

Definition 2: Die Sachstruktur eines Objektes ist das Abbild der Signalstruktur in der Umgangs- und Fachsprache[1]. Die Sachstruktur eines Objekts besteht aus Klassenbegriffen und Sätzen mit solchen Klassenbegriffen, welche dem Objekt zugeordnet werden können.[2][3]

Durch diese Definition soll vor allem klargestellt werden, daß die Sachstruktur an Objekt und Sprache gebunden ist und unabhängig vom betrachtenden Subjekt definiert wird. Dies steht nicht im Widerspruch zur Subjektivität des Ursprungs der Sprache, da diese durch ihre historisch gewordene intersubjektive Bedeutungsinvarianz als quasiobjektiv betrachtet werden kann. Dies gilt mindestens für hinreichend erforschte Objektbereiche.

Eine so definierte Sachstruktur ist eine offene Struktur, deren Umfang nicht exakt anzugeben ist. So kann z. B. durch Bildung neuer Klassenbegriffe diese Struktur erweitert werden.

---

1) Zur Benutzung des Terminus Fachsprache vgl. JUNG, 1970, S. 78.
2) Zur Definition des Begriffes Sachstruktur und zur Unterscheidung zwischen Sachstruktur und Begriffsstruktur vgl. S. 10.
3) Zur Bedeutung des Begriffes Sachstruktur für die Didaktik der Physik vgl. den Bericht einer Kommission der DPG, abgedruckt in HAHN, TÖPFER, BRUHN, 1970, S. 21.

In einer solchen Sachstruktur sind funktionale Zusammenhänge in der Form von Ursache und Wirkung als Aussagen nicht enthalten. Solche funktionalen Aussagen sind z. B.

"Wenn am Dynamo nur eine Anschlußstelle angeschlossen ist, kann das Rücklicht nicht leuchten",

"Wenn zwischen Dynamo und Rücklicht nur eine Verbindung besteht, kann das Rücklicht nicht leuchten".[1)]

Die Hauptwörter dieser Sätze sind zwar Klassenbegriffe, d. h. Bilder von Signalmustern. Aber die Aussagen sind nicht auf ein Objekt bezogen, sondern auf eine gekennzeichnete Menge von Objekten.

Der entscheidende Unterschied ist die Formel "immer wenn...., dann.....", welche in diesen Aussagen steckt. Sie stellt einen allgemeingültigen Zusammenhang von Begriffen dar, unabhängig von anderen Begriffen,und nicht nur auf das spezielle Objekt bezogen. Eine Menge von Begriffen, die in diesem Sinne eine Modellstruktur für eine Klasse von Objekten bildet, nennen wir eine Begriffsstruktur.

Definition 3: Eine Begriffsstruktur ist eine Menge von Begriffen, die zusammen mit einer Relation zwischen ihnen eine Modellstruktur für eine ganze Klasse von Objekten bilden, wobei ein funktionaler Zusammenhang von Signalmustern durch die Relation wiedergegeben wird.

Relationen können außer "wenn - dann" u. a. auch "je - desto" oder mathematische Rechenoperationen sein.
JUNG (1970, S. 76) faßt die hier definierten Begriffe Sachstruktur und Begriffsstruktur unter dem Namen Sachstruktur zusammen, betont aber die Bedeutung ihrer Unterscheidung. Er spricht im ersteren Fall von räumlichen Konfigurationen, im zweiten Fall von funktionalen Zusammenhängen oder raumzeitlichen Konfigurationen.

---

1) Zum Vergleich eine ähnliche Aussage, die in der Sachstruktur des entsprechenden Objektes enthalten ist: "Am Dynamo ist nur eine Anschlußstelle angeschlossen,und das Rücklicht leuchtet nicht".

Auch eine Begriffsstruktur wird also objektiv, unabhängig vom betrachtenden Subjekt[1] für eine Klasse von Objekten angegeben.

Es fehlen uns nun noch zwei Hilfsmittel zur Beschreibung von Objekten, die Begriffe Variable und Muster.

Definition 4: Eine Variable ist ein Klassenbegriff mit genau einem Designatum für jedes Objekt. Das Designatum heißt eine Valenz der Variable. Alle Valenzen zusammen bilden den Variabilitätsbereich der Variablen, jede Teilmenge von Valenzen heißt Valenzklasse.

Es ist also z. B. "Anschlußstelle" zwar ein Klassenbegriff, aber keine Variable unseres Objektuniversums, da an jedem Objekt vier verschiedene Anschlußstellen vorkommen. "Energiequelle" dagegen ist ein Klassenbegriff und eine Variable unseres Objektuniversums, da jedes Objekt (jede Schaltung) genau eine Energiequelle besitzt. Auch die Anzahl der angeschlossenen Anschlußstellen wäre eine Variable mit den Valenzen 4,3 und 2 (vgl. Abb. 1).

Die Variablen werden dazu dienen, die Unterschiede zwischen Objekten systematisch zu variieren und ökonomisch zu beschreiben. Zur vollständigen Beschreibung aller vorkommenden Unterschiede zwischen je zwei Objekten unseres Objektuniversums genügen folgende 2 Variablen (Abkürzungen vgl. Anhang 1):

V_1: Quelle und Verbraucher (QV) = {BF, BS, BL, BR, BK, BM; DF, DR, DK; TS, TL, TM; NF}.

V_2: Schaltungstyp (ST) = {=, −, ⩦, >, <, >‒<, L , NL , f.A.}

Die Valenzen sind in den Abbildungen 5 und 6 (S. 33) veranschaulicht.

Jedes Objekt i ist durch die Angabe (V_{1i}, V_{2i}) innerhalb dieses Objektuniversums eindeutig gekennzeichnet 2) 3). Jeder Unter-

---

1) Vgl. die oben gemachte Einschränkung, S. 9 .

2) Aber nicht alle möglichen Valenzkombinationen sind im Objektuniversum vertreten. Möglich wären 13 x 9 = 117-Kombinationen. Es schien uns bei der Testkonstruktion damals den Schülern nicht zumutbar, 117 Aufgaben desselben Typs zu stellen. Für die Auswertung wäre es jedoch von großem Nutzen gewesen.

3) Die Itempaare (5,6), (10,11), (12,16), (55,57) und (56,60) haben gleiche Valenzen in diesen beiden Variablen. Sie treten durchweg in homogenen Untertests auf, so daß ihre übrigen Unterschiede tatsächlich vernachlässigt werden dürfen.

schied zwischen 2 Objekten läßt sich als Valenzunterschied in mindestens einer dieser Variablen erkennen bzw. beschreiben. Auf die Verwendung anderer Variablen zur ökonomischeren Darstellung der Ergebnisse kommen wir noch zurück (vgl. S. 49).

Insofern stellen diese Variablen eine ökonomische Beschreibung der Sachstruktur dieser Objekte zu dem Zweck dar, beobachtete Verhaltensunterschiede der Schüler bei verschiedenen Objekten auf die entsprechenden Sachstrukturunterschiede zurückzuführen.

Mit Hilfe dieser Variablen lassen sich nun Sachstrukturmuster definieren, welche es ermöglichen, Objekte mit verschiedenen Valenzen zu einer Klasse mit gleichem Muster zusammenzufassen. Muster werden uns dazu dienen, die gemeinsamen Sachstrukturmerkmale anzugeben, bei denen sich die Schüler gleichartig verhalten.

Definition 5: Ein Sachstruktur-Muster für das vorgegebene Objektuniversum ist jede Valenzkombination, welche mindestens eine Valenz jeder Variablen enthält (vgl. DÖRNER, 1969, S. 9). Jedes Objekt, dessen Valenzen in der Valenzkombination eines Musters enthalten sind, gehört zum Objektbereich des Musters.

Da die für uns interessanten Muster mit Fähigkeiten der Schüler verknüpft sind, bezeichnen wir sie durch Symbole M oder M_f, wobei f eine natürliche Zahl, die Nummer der Fähigkeit, ist. Ein Muster M_f kennzeichnet dann solche Objekte, auf die die Fähigkeit f angewandt wird. Das Muster beschreibt damit die Dimension dieser Fähigkeit.

Beispiele für Sachstrukturmuster unseres Objektuniversums sind z. B. die folgenden:

Muster	Objektbereich des Musters
[(BS, BL, NF), (-)]	Items 8, 10, 15, 55, 57
[(BF, BS, TS, NF), (=)]	Items 1, 9, 42, 56, 60

Umgekehrt gibt es Itemmengen, die nicht Objektbereich eines Musters sind. Sie können aber immer als Vereinigung der Objektbereiche mehrerer Muster dargestellt werden. Wir wollen dann die Zusammenfassung der entsprechenden Muster als Definition eines neuen Musters auffassen. Die Items 3, 23, 26, 30, 40, 41, 47 sind dann als Objektbereich der Muster $[(BF, BK, BM, TS), (>)] \oplus [(DF, DK, TL), (-)]$ aufzufassen.

Muster werden uns dazu dienen, solche Objektbereiche zu bezeichnen, deren Einzelobjekte gleiches Verhalten auslösen, während Objekte verschiedener Sachstrukturmuster verschiedenes Verhalten bewirken (vgl. 2.5.).

2.3. Beschreibung der Verhaltensweisen

Die Beschreibung der Verhaltensweisen geschieht ganz allgemein durch den Vergleich der von einem Schüler tatsächlich gezeigten Verhaltensweisen mit festgelegten, möglichen Verhaltensweisen. Dabei liegt es im Belieben des Testkonstrukteurs, welche möglichen Verhaltensweisen ihn interessieren. Jede interessierende Verhaltensweise heißt - in Verbindung mit der entsprechenden Testaufgabe - ein (Test-)Item i. Für jede interessierende Verhaltensweise (jedes Item i) wird bei der Testauswertung die Entscheidung getroffen, ob der Schüler s eine solche Verhaltensweise gezeigt hat ($x_{is} = 1$) oder nicht ($x_{is} = 0$). Oft interessiert nur die richtige Verhaltensweise, dann bedeutet $x_{is} = 1$ eine richtige, $x_{is} = 0$ eine falsche Verhaltensweise des Schülers s bei Item i. Dieser Fall ist bei den Testaufgaben von Abb. 1 gegeben.

Die Verhaltensweisen der Schüler im Test werden hier durch die Rohdatenmatrix

$$x_{is} = \begin{cases} 1, & \text{wenn Schüler s die Schaltung i richtig beurteilt hat.} \\ 0, & \text{wenn Schüler s die Schaltung i falsch beurteilt hat.} \end{cases}$$

($i = 1, \ldots, n$; $s = 1, \ldots, N$; n = Anzahl der Items, N = Anzahl der Schüler)

festgehalten. Diese Rohdatenmatrix bildet den Ausgangspunkt für alle weiteren Analysen.

2.4. Verhaltenswahrscheinlichkeiten als Invarianten im Verhalten eines Schülers (Grundaxiom)

Wir greifen auf die eingangs gestellte Frage zurück: Welche Aussagen lassen sich aus der Beobachtung des Verhaltens über Eigenschaften des Schülers gewinnen? Dabei ist es wichtig, unter der Eigenschaft eines Schülers etwas zu verstehen, was an ihm haftet, was eine Invariante seines Verhaltens in verschiedenen Situationen darstellt. Denn nur solche invarianten Eigenschaften interessieren den Didaktiker z. B. bei der Bestimmung des Unterrichtserfolges.

Die Bedeutung dieser Forderung wird sofort deutlich, wenn wir feststellen, daß die konkrete Verhaltensweise bei einem bestimmten Item keine solche Invariante eines Schülers darstellt. Ein und derselbe Schüler reagiert bei der Wiederholung eines Items nicht notwendigerweise gleich! Belege hierfür liefern die Tabellen 6 und 7 (vgl. Anhang 2). Sie zeigen, daß ein bestimmter Prozentsatz von Schülern bei der Wiederholung(bei sehr ähnlichen Items im selben Test und bei denselben Items nach 4 Wochen) ein anderes Verhalten zeigt. Dagegen ist der prozentuale Anteil richtiger Lösungen insgesamt erstaunlich konstant. Man könnte nun meinen, daß die Fluktuation auf die Schüler zurückzuführen ist, die "blind" raten. Das würde bedeuten, daß man die Population in drei Anteile zerlegt: die Wissenden, die Nichtwissenden und die Rater. Eine konsequente Verfolgung dieses Ansatzes beim Studium von Itemkombinationen aus mehr als zwei Items führt allerdings in eine Sackgasse: Es zeigte sich, daß keine Schüler zu identifizieren sind, die bestimmte Items absolut sicher richtig beantworten.

Dieses Ergebnis steht völlig in Einklang mit Grundauffassungen der heutigen empirischen Psychologie, nach denen Gesetzmäßigkeiten im psychologischen Bereich nur als Wahrscheinlichkeitsaussagen zu machen sind, z. B. in der Form: Wenn Ereignis A gegeben ist, so folgt Ereignis B mit der Wahrscheinlichkeit p (B) (vgl. z. B. DÖRNER, 1970, S. 2 , FISCHER, 1968, S.78 f).

Wir gehen daher von der folgenden Grundannahme aus:

Grundaxiom: Die Invarianten im Verhalten der Schüler sind Verhaltenswahrscheinlichkeiten, die vom Objekt und vom Schüler abhängen.

Die Bedeutung dieses Grundaxioms liegt u. a. in folgenden Punkten:

a) Es klärt, daß als voraussagbare Qualitäten von Schülern nur ihre Verhaltenswahrscheinlichkeiten, nicht ihr konkretes Verhalten zu erwarten sind. Der enge Zusammenhang der Invarianz der Verhaltenswahrscheinlichkeit mit der Voraussagbarkeit der Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Verhaltens bei einem Schüler ist evident.

b) Dieses Grundaxiom hat sicher dort eine besondere Bedeutung, wo es sich um Bereiche des Lernens handelt. Denn dem Lernenden haftet generell, oft auch noch nach Abschluß des geplanten Lernprozesses, eine gewisse Unsicherheit an, welche eine anschauliche Erklärung für die stochastische Natur des Verhaltens liefert. Ein Lernprozeß wäre dann unter anderem an der Zunahme der Lösungswahrscheinlichkeit und damit der Sicherheit des richtigen Verhaltens zu erkennen (vgl. Abb. 10, S.58).

c) Weiterhin bedeutet dieses Grundaxiom, daß man bei der psychologischen Betrachtung der Begriffsbildung von der Vorstellung eines möglicherweise kontinuierlichen Aufbaus auszugehen hat, der sich in einer kontinuierlichen Zunahme der Lösungswahrscheinlichkeit zeigen würde.

d) Ferner soll betont werden, daß dieses Grundaxiom keine Einschränkung, sondern eine Erweiterung bedeutet. Die deterministischen Grenzfälle des sicheren Wissens oder Nichtwissens und der Fall, daß "blind" geraten wird, sind mit den Wahrscheinlichkeiten 1, 0 und 0,5 mit enthalten.

Da wir uns bei dem Objektuniversum der Abb. 1 nur für richtiges Verhalten interessieren, sprechen wir auch von der Lösungswahrscheinlichkeit eines Schülers s beim Item i und schreiben diese in der Form

$$p\ (+/s,i).$$

Dieser Parameter der Lösungswahrscheinlichkeit wäre dadurch zu schätzen, daß man dasselbe Item W-mal wiederholt. Sei x_{isw} der

2.4. Verhaltenswahrscheinlichkeiten als Invarianten im Verhalten eines Schülers (Grundaxiom)

Wir greifen auf die eingangs gestellte Frage zurück: Welche Aussagen lassen sich aus der Beobachtung des Verhaltens über Eigenschaften des Schülers gewinnen? Dabei ist es wichtig, unter der Eigenschaft eines Schülers etwas zu verstehen, was an ihm haftet, was eine Invariante seines Verhaltens in verschiedenen Situationen darstellt. Denn nur solche invarianten Eigenschaften interessieren den Didaktiker z. B. bei der Bestimmung des Unterrichtserfolges.

Die Bedeutung dieser Forderung wird sofort deutlich, wenn wir feststellen, daß die konkrete Verhaltensweise bei einem bestimmten Item keine solche Invariante eines Schülers darstellt. Ein und derselbe Schüler reagiert bei der Wiederholung eines Items nicht notwendigerweise gleich! Belege hierfür liefern die Tabellen 6 und 7 (vgl. Anhang 2). Sie zeigen, daß ein bestimmter Prozentsatz von Schülern bei der Wiederholung(bei sehr ähnlichen Items im selben Test und bei denselben Items nach 4 Wochen) ein anderes Verhalten zeigt. Dagegen ist der prozentuale Anteil richtiger Lösungen insgesamt erstaunlich konstant. Man könnte nun meinen, daß die Fluktuation auf die Schüler zurückzuführen ist, die "blind" raten. Das würde bedeuten, daß man die Population in drei Anteile zerlegt: die Wissenden, die Nichtwissenden und die Rater. Eine konsequente Verfolgung dieses Ansatzes beim Studium von Itemkombinationen aus mehr als zwei Items führt allerdings in eine Sackgasse: Es zeigte sich, daß keine Schüler zu identifizieren sind, die bestimmte Items absolut sicher richtig beantworten.

Dieses Ergebnis steht völlig in Einklang mit Grundauffassungen der heutigen empirischen Psychologie, nach denen Gesetzmäßigkeiten im psychologischen Bereich nur als Wahrscheinlichkeitsaussagen zu machen sind, z. B. in der Form: Wenn Ereignis A gegeben ist, so folgt Ereignis B mit der Wahrscheinlichkeit p (B) (vgl. z. B. DÖRNER, 1970, S. 2 , FISCHER, 1968, S.78 f).

Wir gehen daher von der folgenden Grundannahme aus:

Grundaxiom: Die Invarianten im Verhalten der Schüler sind Verhaltenswahrscheinlichkeiten, die vom Objekt und vom Schüler abhängen.

Die Bedeutung dieses Grundaxioms liegt u. a. in folgenden Punkten:

a) Es klärt, daß als voraussagbare Qualitäten von Schülern nur ihre Verhaltenswahrscheinlichkeiten, nicht ihr konkretes Verhalten zu erwarten sind. Der enge Zusammenhang der Invarianz der Verhaltenswahrscheinlichkeit mit der Voraussagbarkeit der Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Verhaltens bei einem Schüler ist evident.

b) Dieses Grundaxiom hat sicher dort eine besondere Bedeutung, wo es sich um Bereiche des Lernens handelt. Denn dem Lernenden haftet generell, oft auch noch nach Abschluß des geplanten Lernprozesses, eine gewisse Unsicherheit an, welche eine anschauliche Erklärung für die stochastische Natur des Verhaltens liefert. Ein Lernprozeß wäre dann unter anderem an der Zunahme der Lösungswahrscheinlichkeit und damit der Sicherheit des richtigen Verhaltens zu erkennen (vgl. Abb. 10, S.58).

c) Weiterhin bedeutet dieses Grundaxiom, daß man bei der psychologischen Betrachtung der Begriffsbildung von der Vorstellung eines möglicherweise kontinuierlichen Aufbaus auszugehen hat, der sich in einer kontinuierlichen Zunahme der Lösungswahrscheinlichkeit zeigen würde.

d) Ferner soll betont werden, daß dieses Grundaxiom keine Einschränkung, sondern eine Erweiterung bedeutet. Die deterministischen Grenzfälle des sicheren Wissens oder Nichtwissens und der Fall, daß "blind" geraten wird, sind mit den Wahrscheinlichkeiten 1, 0 und 0,5 mit enthalten.

Da wir uns bei dem Objektuniversum der Abb. 1 nur für richtiges Verhalten interessieren, sprechen wir auch von der Lösungswahrscheinlichkeit eines Schülers s beim Item i und schreiben diese in der Form

$$p\ (+/s,i).$$

Dieser Parameter der Lösungswahrscheinlichkeit wäre dadurch zu schätzen, daß man dasselbe Item W-mal wiederholt. Sei x_{isw} der

Rohwert des Schülers s bei Item i beim w-ten Versuch, dann hätten wir den Erwartungswert

$$\hat{p}(+/s,i) = \frac{1}{W}\sum_{w} x_{isw}.$$

Dies ist freilich nur ein Denkmodell oder ein Gedankenversuch, der zur theoretischen Klärung dienen soll. In der Praxis ist die Bestimmung von $\hat{p}(+/s,i)$ so meist nicht möglich, da störende Nebeneffekte während der Wiederholungen zu erwarten sind, welche den Wert $p(+/s,i)$ während des Versuches verändern würden (z. B. Lernvorgänge, Frustration, "künstliche" Fixierung des Verhaltens, u.a.). Einige praktisch mögliche Verfahren zur Schätzung der Lösungswahrscheinlichkeiten werden im Abschnitt 3 angegeben.

2.5. Verhaltensbestimmende Sachstrukturmuster und Fähigkeiten

Wir haben jetzt die Beschreibung der drei Komponenten Objekt, Subjekt und Verhaltensweise des Subjekts einzeln vorbereitet und können nun unser zugrundegelegtes Modell des Testverhaltens präzisieren.

Dabei gehen wir davon aus, daß die Lösungswahrscheinlichkeit nicht für alle Items verschieden ist. Das entspricht der Annahme, daß sich nicht alle Itemunterschiede auf das Verhalten auswirken. Diese Annahme ist natürlich nur dann zulässig, wenn entsprechend ähnliche Items konstruiert wurden. Wir nehmen also an, daß es Untertests I_f $(f = 1, 2, ..)$ gibt, so daß aus $i, j \in I_f$ folgt

$$p(+/s,i) = p(+/s,j) \qquad \text{für alle } s.$$

<u>Definition 6:</u> Zwei Items i und j heißen <u>homogen</u>, wenn für alle s gilt

$$p(+/s,i) = p(+/s,j) \qquad \text{......... (1)}$$

Gilt diese Beziehung für alle Itempaare eines Untertest I, so heißt I ein <u>homogener Untertest</u>.

Homogene Untertests spielen in der testtheoretischen Diskussion eine große Rolle. Neben qualitativen Angaben (z. B. FRICKE, 1970, S. 28) finden sich Definitionen mit Hilfe von Korrelationen (LIENERT, 1967, S.117), welche aber von anderer Seite als unbrauchbar nachgewiesen werden (SIXTL, 1967, S. 381). Eine Übersicht verschiedener, einander zum Teil widersprechender Ansätze, z. B. von LOEVINGER und GUTTMAN, findet man bei SIXTL, 1967, S. 373 ff. Aus dieser Situation nehmen wir die Berechtigung, eine neue Definition vorzuschlagen, welche sich als theoretische Basis für die Messung von Fähigkeiten als brauchbar erweist.

Die Valenzen homogener Items kann man zu einem Sachstrukturmuster M_f zusammenfassen, und es gilt dann für alle Items i mit dem Muster M_f

$$p(+/s,i) = p(+/s,M_f).$$

Diese Gleichung gilt zunächst für alle Objekte des vorgegebenen Objektuniversums mit diesem Muster. Aus dieser Betrachtung wird jedoch die verallgemeinernde <u>Hypothese</u> abgeleitet, daß die angegebene Lösungswahrscheinlichkeit auch für andere Objekte der gleichen Art (also gezeichnete, zu beurteilende Schaltungen) mit demselben Sachstrukturmuster gilt.[1)]

Sachstrukturmuster, deren Objektbereiche homogene Untertests sind, besitzen vorteilhafte Eigenschaften:

1) Valenzunterschiede <u>innerhalb</u> <u>eines</u> solchen Musters M_f wirken sich offenbar <u>nicht</u> auf das Verhalten aus. Das Verhalten der Schüler richtet sich nach anderen Merkmalen und läßt sich allein durch M_f kennzeichnen.

2) Valenzunterschiede <u>zwischen</u> Mustern <u>verschiedener</u> homogener Untertests bewirken dagegen verschiedenes Verhalten. Sie wirken sich auf das Verhalten aus.

---

1) In Abschnitt 4.5. wird außerdem gezeigt, daß die so nachgewiesenen Fähigkeiten der Schüler sich auch auf die Lösung andersartiger Aufgaben auswirken.

Eine Analyse der aus homogenen Untertests erhaltenen Sachstrukturmuster erlaubt also die Bestimmung der verhaltensbestimmenden Merkmale (Valenzen von Variablen) und die Identifizierung von Valenzunterschieden, die keine Bedeutung für das Verhalten haben.

Wir geben daher solchen Mustern einen besonderen Namen.

Definition 7: Sachstrukturmuster, deren Objektbereiche homogene Untertests sind, heißen verhaltensbestimmende Sachstrukturmuster (VBS).

Daß sich die Schüler gerade innerhalb dieser Muster gleich und bei verschiedenen Mustern verschieden verhalten, kennzeichnet den Verarbeitungsprozeß der Schüler beim Lösen der Aufgaben und damit die Dimension der Fähigkeiten der Schüler. Wir definieren daher im Anschluß an das Grundaxiom (vgl. S. 15):

Definition 8: Eine Fähigkeit ist ein Problemlösungsmechanismus einer Person, welcher durch das auslösende, verhaltensbestimmende Sachstrukturmuster und die Höhe der Verhaltenswahrscheinlichkeit der Person bei diesem Muster gekennzeichnet ist. Die einem bestimmten Sachstrukturmuster entsprechende Fähigkeit einer Person zur Lösung solcher Aufgaben ist umso größer, je größer ihre zugehörige Lösungswahrscheinlichkeit ist.

Wir erhalten damit Aussagen der folgenden Form:

Wenn dem Schüler s die Aufgabe i mit dem verhaltensbestimmenden Sachstrukturmuster M_f vorgelegt wird, so verhält er sich mit der Wahrscheinlichkeit $p(+/s,M_f)$ richtig.

Zeichnerisch läßt sich das Modell wie folgt veranschaulichen:

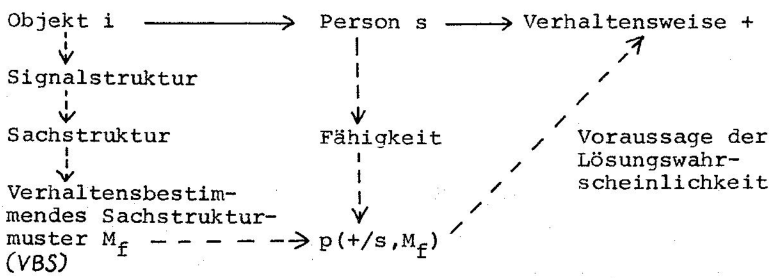


Abb. 4:Sachstruktur und Fähigkeit in einem Modell des Testverhaltens

Da die Sachstrukturmuster mit Hilfe der Variablen gebildet werden, Variablen und Valenzen aber als Klassenbegriffe Teil der Sachstruktur eines Objektes sind, ermöglicht die Sachstruktur eines Objektes die eindeutige Auswahl des zugehörigen verhaltensbestimmenden Sachstrukturmusters aus der Menge der vorher identifizierten VBS. Die individuelle Lösungswahrscheinlichkeit $p(+/s,M_f)$ ist empirisch zu bestimmen (vgl. Abschnitt 3) und ermöglicht dann eine Voraussage der Wahrscheinlichkeit richtiger Lösungen bei Aufgaben mit diesem Sachstrukturmuster.

Dieses Modell vermag folgendes zu leisten:

1) Eine ökonomische Darstellung der Testergebnisse durch ihre Reduktion auf nachweislich <u>verschiedenes</u> Verhalten auslösende Sachstrukturmuster.

2) Angabe von Fähigkeiten als invariante Eigenschaften von Personen durch ihre Lösungswahrscheinlichkeiten bzgl. dieser Sachstrukturmuster. Das Sachstrukturmuster stellt die Dimension und den Anwendungsbereich, die Lösungswahrscheinlichkeit das Ausmaß einer Fähigkeit dar.

3. Die Messung von Fähigkeiten

3.1. Messungen

Eine Messung ist eine Zuordnung einer Zahl zu einem vorgegebenen Gegenstand, der Art, daß die Zahlenunterschiede verschiedener Gegenstände bestimmte Eigenschaftsunterschiede dieser Gegenstände widerspiegeln. Oder genauer: Eine Messung ist eine homomorphe Abbildung von Gegenständen auf Zahlen. Eine Darstellung moderner Meßtheorien in den empirischen Humanwissenschaften findet sich z.B. bei FRICKE, 1970, wo auch weitere Literatur angegeben ist. Fähigkeiten sollen Eigenschaften von Personen widerspiegeln; bei der Messung von Fähigkeiten geht es also um eine homomorphe Abbildung von Personen auf Zahlen, die wir bereits als Lösungswahrscheinlichkeiten definiert haben. Für jede Person soll ihre individuelle Lösungswahrscheinlichkeit näherungsweise bestimmt werden.

3.2. Parameter und Schätzungen

Parameter sind theoretische, wahre Werte, welche bestimmten Verteilungen von Ereignissen zugrunde liegen. In unserem Fall geht es um die Verteilung der richtigen und falschen Lösungen von etwa 150 Schülern bei 60 Aufgaben; also um die Verteilung, welche durch die Rohdatenmatrix

$$x_{is} \quad , i = 1 \ldots n, \; s = 1, \ldots, N$$

gegeben ist. Als Parameter dieser Verteilung haben wir durch unser Grundaxiom (S. 15) die Lösungswahrscheinlichkeit p (+ / s, i) jedes einzelnen Schülers bei jedem einzelnen Item festgelegt.

Nun wären das genausoviele Parameter wie Ereignisse, eine sinnvolle Schätzung dieser Parameter wäre somit unmöglich.

Wir haben aber bei der Definition der verhaltensbestimmenden Sachstrukturmuster (S.18) bereits gesagt, daß wir den Test so konstruiert haben, daß wir für verschiedene Items gleiche Parameter erwarten. Damit wird die Zahl der notwendigen Parameter von $n \cdot N$ auf $m \cdot N$ reduziert, wenn wir m Untertests mit gleichen Parametern erhalten. Ferner ist zu erwarten, daß - zumindest bzgl. jedes Untertests - auch mehrere Schüler denselben Parameter erhalten, so daß wir schließlich noch m · M Parameter zu bestimmen haben, wenn wir in allen Untertests zusammen M verschiedene Personenklassen feststellen. Damit wird es möglich, Untermengen von Ereignissen x_{is} mit gleichem Parameter zur Schätzung solcher Parameter zusammenzufassen.

Es ist also zunächst festzustellen, welche Items annähernd gleiche Lösungswahrscheinlichkeiten besitzen und daher zu Untertests zusammengefaßt werden können. Wir werden im folgenden die Parameter immer mit p (+ / s,i) bzw. p(+/s,M_f) bezeichnen. Letzteres ist der Parameter für alle Items eines homogenen Untertests mit dem Muster M_f. Schätzungen der Parameter werden in der Form p (+/s, I') oder p (+/$S_{k'}$,i) angegeben, wobei I' eine zur Schätzung herangezogene Itemmenge, $S_{k'}$ eine zur Schätzung herangezogene Schülermenge (mit gleichem Schätzwert p (+/s,I') = k'/(n_I-1), k' = 0,1,...,n_I-1). (Die Bezeichnungen sind im Anhang 1 erläutert.)

3.3. Homogene Untertests

Wir haben bereits im Abschnitt 2.5. eine Definition der Homogenität von Items und Untertests gegeben. Die dort zur Prüfung der Homogenität angegebene Gleichung (1) ist eine Gleichung zwischen Parametern, ist also direkt nicht nachprüfbar.

Nimmt man jedoch diese Bedingung als gegeben an, so lassen sich empirisch prüfbare Folgerungen ableiten, welche als notwendige - allerdings nicht hinreichende - Bedingungen zur Prüfung der Homogenität verwendet werden und im Rahmen der Überprüfung von Homogenitätshypothesen wertvolle Dienste tun.

1. Folgerung: Für homogene Items $i,j \in I$ gilt $pi = pj$.

Beweis: Die Größen pi und pj sind definiert durch folgende Gleichungen:

$$pi = \frac{1}{N} \sum_s x_{is} \ , \quad pj = \frac{1}{N} \cdot \sum_s x_{js} \ .$$

Der Zusammenhang mit den Erwartungswerten p (+/s,i) bzw. p (+/s,j) läßt sich wieder (wie S. 16) durch ein Gedankenexperiment herleiten. Es seien die Items i und j allen Schülern W mal vorgelegt, x_{isw} bzw. x_{jsw} sei der Rohwert beim w-ten Versuch. Ersetzt man nun i durch den Mittelwert der verschiedenen Werte von pi in den aufeinanderfolgenden Wiederholungen, so erhält man:

$$pi = \frac{1}{N \cdot W} \sum_s \sum_w x_{isw} = \frac{1}{N} \sum_s \left(\frac{1}{W} \sum_w x_{isw}\right)$$

$$= \frac{1}{N} \sum_s \hat{p}(+/s,i)$$

Entsprechend für j

$$pj = \frac{1}{N} \sum_s \hat{p}(+/s,j).$$

<u>pi bzw. pj sind also aufzufassen als mittlere Lösungswahrscheinlichkeit aller Schüler bei Item i bzw. j.</u>

Da nach Voraussetzung die Bedingung (1) auch für die Erwartungswerte gelten soll, folgt sofort pi = pj. .... (2)

Homogene Items müssen also gleiche mittlere Lösungswahrscheinlichkeit (gleichen Schwierigkeitsindex nach der klassischen Theorie) besitzen.

<u>2. Folgerung:</u> Bei homogenen Items g, i, j $\in$ I stellen

$$p(+/s,I) = \frac{Xs}{n_I} = \frac{1}{n_I} \sum_{g \in I} x_{gs}$$

$$p(+/s,I') = \frac{Xs'}{n_I - 1} = \frac{1}{n_I - 1} \sum_{\substack{g \in I \\ g \neq i}} x_{gs}$$

$$p(+/s,I'') = \frac{X_s''}{n_I - 2} = \frac{1}{n_I - 2} \sum_{\substack{g \in I \\ g \neq i,j}} x_{gs}$$

maximum-likelihood-Schätzungen des Parameters

$$p(+/s,i) = p(+/s,j) = p(+/s,g)$$

bei einem Schüler s dar.

Beweis: Vgl. PFANZAGL, 1966, S. 76. (Die x_{gs} stellen Realisationen einer binomischen Verteilung mit dem Parameter p(+/s,i), i $\in$ I, dar, da p(+/s,g) für alle g $\in$ I identisch ist.)

Diese Folgerung stellt so noch keine Möglichkeit zu einer empirischen Prüfung dar, zeigt uns aber die Möglichkeit der Schätzung der gesuchten Parameter, falls wir homogene Items gefunden haben.

3. Folgerung: Bei homogenen Items $i \in I$ stellt

$$p(+/S_{k'},i)$$

eine weitere Schätzung für $p(+/s,i)$ dar, wenn in $S_{k'}$ alle Schüler enthalten sind, für die

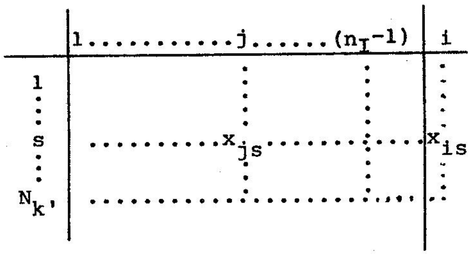
$$p(+/s,I') = k'/n_I-1 \qquad , \; k' = 0,1,\ldots,n_I-1$$

gilt.

Begründung: Hätten die Schüler $s \in S_{k'}$ mit $p(+/s,I') = k'/(n_I-1)$ alle denselben Parameter, dann wäre $p(+/S_{k'},i)$ ebenfalls eine maximum likelihood-Schätzung dieses Parameters. Da diese Schüler aber nur die gleiche Schätzung des Parameters haben, betrachten wir $p(+/S_{k'},i)$ näherungsweise als Schätzung.

Diese zweite Schätzung benützt die Informationen der ersten Schätzung zur Bildung "homogener" Schülergruppen $S_{k'}$.

Daß diese zweite Schätzung von der ersten unabhängige Informationen enthält, verdeutlicht die folgende Skizze:



Die Größe $p(+/s,I')$ wird für jeden Schüler s aus den x_{js}-Werten aller Items von I außer i berechnet. $N_{k'}$ Schüler mit gleichem $p(+/s,I') = k'/n_I-1$ werden in $S_{k'}$ zusammengefaßt. $p(+/S_{k'},i)$ wird aus den Werten x_{is} berechnet. (Weitere Veranschaulichung des Verfahrens in den Erläuterungen zu Abb. 8, S. 39.)

4. Folgerung: Bei einem homogenen Untertest I gilt für alle Werte k' näherungsweise folgende Beziehung:

(3) .... $$p(+/S_{k'},i) = k'/n_I-1, \; k' = 0,1,\ldots,(n_I-1).$$

Begründung: Beide Größen stellen Schätzungen für denselben Parameter dar und enthalten verschiedene Informationen.

Damit ist eine zweite empirisch prüfbare Forderung für homogene Untertests abgeleitet. Die beiden Beziehungen

$$p_i = p_j \quad .....(2)$$

und $$p(+/S_{k'},i) = k'/(n_I-1) .....(3)$$

werden uns zur empirischen Prüfung von Itemgruppen auf Homogenität und damit zum Nachweis von verhaltensbestimmenden Sachstrukturmustern und zur Messung von Fähigkeiten dienen. Dabei werden bei der praktischen Bearbeitung beide Bedingungen getrennt benutzt, obwohl (2) in (3) enthalten ist.

Die Beziehung (3) hat dabei große Bedeutung für den Nachweis dafür, daß es sich bei der Bestimmung der Größe p(+/s,I') um eine Messung im eingangs genannten Sinne handelt. Wenn die Gleichung (3) für alle Items i eines Untertests I annähernd erfüllt ist, bedeutet das, daß Schüler mit höherem Fähigkeitswert p(+/s,I') auch tatsächlich eine höhere, mittlere Lösungswahrscheinlichkeit bei solchen Items haben. Diese Aussage ist der folgenden analog: Becher, die gemäß ihrem Durchmesser (1. Meßgröße) geordnet wurden, lassen sich tatsächlich in dieser Reihenfolge ineinanderstecken (2.Meßgröße). (Der Wert einer Messung besteht im Zusammenhang mindestens zweier empirisch bestimmbarer Meßgrößen.)

3.4. Korrelationen und Lösungswahrscheinlichkeiten

Für die praktische Auswertungs- und Interpretationsarbeit, vor allem bei in der Entwicklung befindlichen Tests, hat die Verwendung von Korrelationen große Vorteile. Die Berechnung von Korrelationen kann schnell und routinemäßig durchgeführt werden und liefert wertvolle Einzelinformationen über Zusammenhänge einzelner Items und ganzer Itemgruppen. Es erscheint uns daher sinnvoll und notwendig, den mathematischen Zusammenhang zwischen Lösungswahrscheinlichkeiten und Korrelationen darzustellen, um damit eine Basis für die Verwendung und Interpretation von Korrelationen im Rahmen des stochastischen Grundaxioms (S. 15) zu erhalten.
Praktisch wird dann aufgrund dieser Zusammenhänge so verfahren, daß hypothetische homogene Untertests in einem ersten Schritt gemäß der P_i-Werte und der partiellen Trennschärfen geprüft werden. Die sich hierbei als homogen bestätigenden Untertests werden dann

abschließend mit Hilfe der Bedingung (3) geprüft.

Im folgenden werden häufig Gleichungen zwischen Parametern durch Gleichungen zwischen ihren Schätzwerten ersetzt. Die auftretenden Ungenauigkeiten fallen aber kaum ins Gewicht, da es hier um die Erschließung eines Zusammenhanges geht, nicht aber um eine exakte Berechnung. Die sich ergebenden Formeln wurden an Beispielen überprüft und führten zu einer befriedigenden Übereinstimmung.

Wir untersuchen als erstes die sog. Phi-Korrelation zwischen zwei Items:

$$r_{ij} = \frac{p(i \wedge j) - p_i \cdot p_j}{\sqrt{p_i \; p_j \; q_i \; q_j}}$$

Sei I ein homogener Untertest mit n_I Items und $i,j \in I$. Nun berechnen wir wieder die Schätzwerte für $p(+/s,i)$, $p(+/s,j)$ und $p(+/s,i \wedge j)$ in der Weise, daß wir Schüler mit gleichem

$$p(+/s,I'') = \frac{1}{n_I - 2} \sum_{\substack{g \in I \\ g \neq i,j}} x_{gs}$$

zu Gruppen zusammenfassen, in denen $p(+/s,I'') = k''/(n_I-2)$ ist. In diesen Gruppen ergeben sich dann die Schätzwerte

$$p(+/S_{k''},i) = \frac{1}{N_{k''}} \sum_{s \in S_{k''}} x_{is}$$

$$p(+/S_{k''},j) = \frac{1}{N_{k''}} \sum_{s \in S_{k''}} x_{js}$$

$$p(+/S_{k''},i \wedge j) = \frac{1}{N_{k''}} \sum_{s \in S_{k''}} x_{is} \cdot x_{js}$$

Zwischen den Parametern gilt als Folge des stochastischen Grundaxioms folgende Gleichung:

$$p(+/s,i \wedge j) = p(+/s,i) \cdot p(+/s,j).$$

Die analoge Gleichung zwischen den Schätzwerten lautet:

$$p(+/S_{k''},i \wedge j) = p(+/S_{k''},i) \cdot p(+/S_{k''},j).$$

Ferner gelten folgende Gleichungen (welche durch Einsetzen der Definitionen leicht zu bestätigen sind):

$$p_i = \frac{1}{N} \sum_{k''} p(+/S_{k''},i) \cdot N_{k''} = \sum_{k''} p(+/S_{k''},i) \cdot k(k'')$$

$$p_j = \frac{1}{N} \sum_{k''} p(+/S_{k''},j) \cdot N_{k''} = \sum_{k''} p(+/S_{k''},j) \cdot h(k'')$$

$$p(i \wedge j) = \frac{1}{N} \sum_{k''} p(+/S_{k''},i \wedge j) N_{k''} = \sum_{k''} p(+/S_{k''},i \wedge j) \cdot h(k'')$$

Zur Berechnung des Zählers Z der Phi-Korrelation setzen wir die erhaltenen Beziehungen ein und erhalten:

$$Z = \sum_{k''} p(+/S_{k''},i) \cdot p(+/S_{k''},j) \cdot h(k'') - \left[\sum_{k''} p(+/S_{k''},i) \cdot h(k'')\right] \cdot \left[\sum_{k''} p(+/S_{k''},j) \cdot h(k'')\right] \quad 1)$$

Dieser Ausdruck kann durch Umformungen (vgl. Anhang 3) abgewandelt werden, wodurch er in den folgenden übergeht

$$Z = \sum_{k''} \sum_{k''>l''} \left[p(+/S_{k''},i) - p(+/S_{l''},i)\right] \cdot \left[p(+/S_{k''},j) - p(+/S_{l''},j)\right] \cdot h(k'') \cdot h(l'')$$

Wenn hierbei sich $p(+/S_{k''},i)$ und $p(+/S_{k''},j)$ gleichartig mit k" verändern, so daß die beiden Differenzen in den eckigen Klammern immer gleiches Vorzeichen haben, so ergibt sich eine positive Korrelation. Dies ist z.B. bei zwei homogenen Items, für die obige Beziehung (3) gilt, gegeben.

Hervorzuheben ist, daß trotz der Annahme <u>lokaler</u> stochastischer Unabhängigkeit[2] durch gleichartige Variation der Lösungswahrscheinlichkeiten beider Items in der Gesamtpopulation eine stochastische Abhängigkeit entsteht. Oder anders ausgedrückt: Obwohl in jeder Gruppe gleichfähiger Schüler die Korrelation null vorausgesetzt wird, entsteht durch gleichartige Variation der Lösungswahrscheinlichkeiten in der Gesamtpopulation eine Korrelation, die größer als null ist.

Als nächstes wollen wir die partielle Trennschärfe untersuchen. Sie stellt eine Korrelation $r_{iX'}$ eines Items i mit dem Summenwert X' einer Gruppe von Items I' dar, welche i nicht enthält ($i \notin I'$).

---

1) d. h. r_{ij} wird durch $p(+/S_{k''},i)$ und h(k")erklärt,ohne $p(+/S_{k''},i \wedge j)$

2) d. h. Gültigkeit der letzten Gleichung der vorigen Seite

Für diese Korrelation gilt die Formel:

$$r_{iX'} = \frac{\sum_s (X'_s - \bar{X}') \cdot (x_{is} - p_i)}{N \cdot s_{X'} \cdot \sqrt{p_i\, q_i}}$$

Faßt man hier gleiche $X'_s = k'$ zusammen, so erhält man:

$$r_{iX'} = \frac{\sum_{k'} (k' - \bar{X}') \cdot \left[p(+/S_{k'},i) - p_i\right] \cdot N_{k'}}{N \cdot s_{X'} \cdot \sqrt{p_i \cdot q_i}}$$

Dividiert man Zähler und Nenner durch (n_I-1) und bringt N in den Zähler, so erhält man:

$$r_{iX'} = \frac{\sum_{k'} (k'/n_I-1 - \bar{X}'/n_I-1) \cdot p(+/S_{k'},i) - p_i \cdot h(k')}{s' \cdot \sqrt{p_i\, q_i}}$$

Dies aber stellt eine gewichtete Produkt-Moment-Korrelation (vgl. BRONSTEIN, 1962, S. 512) der beiden Größen k'/n_I-1 und $p(+/S_{k'},i)$ dar, mit der Ausnahme, daß statt $\sqrt{p_i q_i}$ die Standardabweichung von $p(+/S_{k'},i)$ stehen müßte. Da wir aber $r_{iX'}$-Werte von Items gleicher mittlerer Lösungswahrscheinlichkeit p_i vergleichen, ist $\sqrt{p_i q_i}$ für alle verglichenen Items gleich, und dieser Umstand braucht uns nicht zu stören. Die Gewichtsfaktoren $h(k')$ hingegen haben eine sehr sinnvolle Funktion: sie gewichten die Abweichungsprodukte in der Summe im Zähler mit ihrem statistischen Gewicht, d. h. mit ihrer Meßgenauigkeit.

Wir stellen also fest, daß die Korrelation $r_{iX'}$ gut geeignet erscheint für eine Vorprüfung der Items bzgl. der Bedingung (3).

3.5. Zusammenfassung

1) Zur Schätzung der Parameter $p(+/s,i)$ stehen uns 4 Größen zur Verfügung. Die mittlere Lösungswahrscheinlichkeit p_i aller Schüler bei Item i, die mittlere Lösungswahrscheinlichkeit p_s des Schülers s bei allen Items, die mittlere Lösungswahrscheinlichkeit $p(+/s,I)$ des Schülers s bei homogenen Items I

und die mittlere Lösungswahrscheinlichkeit $p(+/S_{k'},i)$ von gleichfähigen Schülern $s \epsilon S_{k'}$ mit $p(+/s,I') = k'/n_I-1$, $k' = 0,1,\ldots, n_I-1$, bei Item i. (Obwohl die vierte Größe mit Hilfe der dritten bestimmt wird, enthalten beide verschiedene Informationen. Vgl.S.23.)

2) Die Größe p_i ist ein brauchbares Maß für die Leistung einer heterogenen Schülerpopulation bei einem Test-Item i. Sie kann z. B. zur Bestimmung des Leistungszuwachses dieser Population durch Unterricht verwendet werden und zum Vergleich verschiedener Items (vgl. NIEDDERER, 1971, S. 59).

3) Die Größe p_s wird häufig zum Vergleich verschiedener Schüler benützt. Bei heterogenen Tests ermöglicht sie jedoch keine klare Aussage über die Lösungswahrscheinlichkeit eines Schülers in einer bestimmten Aufgabe.

Es gilt

$$p_s = \frac{1}{n} \sum_i x_{is} = \frac{1}{n} \sum_f p(+/s,I_f) \cdot n_{I_f}$$

Aus dieser Formel wird deutlich, daß P_s als mittlere Lösungswahrscheinlichkeit eines Schülers in den verschiedenen Fähigkeiten f nur aufgefaßt werden kann, wenn alle homogenen Untertests I_f gleichviele Items haben (n_{I_f} = const.).

4) Die Größen $p(+/s,I)$ und $p(+/S_{k'},i)$ sind Schätzungen aufgrund von homogenen Items bzw. gleichfähigen Schülern.

Wenn I ein homogener Untertest ist, so gilt

$$p(+/S_{k'},i) = k'/(n_I-1)$$

Diese Beziehung kann für alle $i \epsilon I$ empirisch geprüft werden und erlaubt damit eine Prüfung der Homogenität von I.

Ist diese Gleichung erfüllt, so stellt dies den Nachweis dar, daß Schüler mit einem Wert $p(+/s,I') = \frac{k'}{n_I-1}$ im Mittel bei einem einzelnen Item i tatsächlich die Lösungswahrscheinlichkeit $p(+/S_{k'},i)$ $= \frac{k'}{n_I-1}$ besitzen.

4. Hypothesen, Testkonstruktion und Ergebnisse

4.1. Fachdidaktischer Hintergrund

Die vorliegende Untersuchung wurde neben der Entwicklung der ersten Unterrichtseinheit 5.1. des IPN Curriculum Physik durchgeführt, um einige Fragen im Zusammenhang mit der didaktischen Konzeption dieser Einheit über den einfachen elektrischen Stromkreis zu klären.

Das Grobziel dieser Unterrichtseinheit - wie auch des Versuchsunterrichts - könnte etwa folgendermaßen formuliert werden: Die Schüler sollen ein erstes Verständnis für elektrische Phänomene und Geräte ihrer Umwelt gewinnen. Das Verständnis sollte durch die Bildung einer angemessenen Begriffsstruktur und ihre Anwendung auf Probleme der Umwelt erreicht werden. Als Problem wurde hauptsächlich die Frage identifiziert: Unter welchen Bedingungen funktioniert (leuchtet, läuft, klingelt) ein elektrisches Gerät? Als aufzubauende Begriffsstruktur wurde zunächst das in Schulbüchern und Lehrbüchern der Fachdidaktik weitverbreitete Modell des geschlossenen Stromkreises gewählt (vgl. z. B. SIMON, 1967, BLEICHROTH, 1964, MOTHES, 1968). Diese Begriffsstruktur (vgl. die Definition S. 10) läßt sich in einem Satz wie folgt darstellen: Ein elektrisches Gerät funktioniert genau dann, wenn es sich in einem geschlossenen Stromkreis befindet.

Durch Unterrichtsbeobachtung und Testergebnisse (vgl. v. AUFSCHNAITER u.a., 1970) wurde klar, daß die Schüler in dieser ersten Unterrichtseinheit nicht in der Lage sind, einen Stromkreisbegriff zu bilden, der ihnen bei der Beantwortung der eingangs gestellten Fragen nach den Funktionsbedingungen hilft. Hingegen sind sie sehr wohl in der Lage,- aufgrund anderer Fähigkeiten - die Funktionsfähigkeit von Schaltungen zu beurteilen. Auf der Suche nach möglicherweise besser geeigneten Begriffen stießen wir auf die Begriffe Anschlußstelle, Energiequelle, (Energie-) Verbraucher und Verbindung. Mit Hilfe dieser Begriffe und des vorher schon verwendeten Begriffs Leiter läßt sich folgende Begriffsstruktur formulieren:

Ein Verbraucher funktioniert genau dann, wenn seine beiden richtigen Anschlußstellen durch zwei getrennte, leitende Verbindungen mit den beiden richtigen Anschlußstellen einer Quelle verbunden sind. (Vgl. IPN Curriculum Physik, 1970, Einheit 5.1., S. 4.)

(Dabei wird - stillschweigend - vorausgesetzt, daß Quelle und Verbraucher "in Ordnung" sind und gleiche Nennspannung besitzen. Auf diese Fälle ist die Theorie-das Modell, die Begriffsstruktur - beschränkt.)

Eine ähnliche Begriffsstruktur zur Einführung in dieses Gebiet wird auch von JUNG (1970, S. 53) vorgeschlagen.

Auf den ersten Blick scheint diese Begriffsstruktur mit den Begriffen Anschlußstelle und Verbindung wesentlich komplizierter zu sein als die mit dem Begriff Stromkreis arbeitende. Erstere besitzt aber den klaren Vorzug, daß ihre Begriffe in einer eindeutigen Hierarchie leichter den Signalmustern zugeordnet werden können. Diese Begriffsstruktur ist also leichter "anwendbar".

Auf der anderen Seite ist die Zuordnung des Begriffes Stromkreis zu Schaltungen und besonders zu Teilbereichen von Schaltungen nicht so klar ersichtlich. Das Funktionieren dieser Zuordnung setzt vermutlich die Bildung der einfacheren obengenannten Klassenbegriffe und zusätzlich deren Zuordnung zum Begriff Stromkreis voraus. Das wäre gleichbedeutend mit der Aussage, daß der Begriff Stromkreis und damit auch die mit seiner Hilfe gebildete Begriffsstruktur auf einem höheren Abstraktionsniveau liegt. Dies ist vermutlich ein Grund für das Versagen dieser Begriffsstruktur bei der ersten Behandlung des Themas im Unterricht.

Ein anderer Grund ergab sich als Hypothese aus der Unterrichtsbeobachtung. Bei der Durchführung von Schülerversuchen mit Dynamo und Rücklicht zeigte sich, daß die Schüler große Schwierigkeiten haben, die Notwendigkeit der zweiten Anschlußstelle (am Gehäuse) zu akzeptieren.

In Verbindung mit ähnlichen Beobachtungen beim Anschluß eines Lämpchens ohne Fassung wurde daraus die Hypothese abgeleitet, daß die Symmetrie der Anschlußstellen eine große Bedeutung für das Verhalten der Kinder hat.

4.2. Hypothesen über die verhaltensbestimmende Sachstruktur

Aus diesen letztgenannten Beobachtungen ging hervor, daß Schüler vor dem Unterricht, teilweise während des Unterrichts und sogar nach dieser ersten Unterrichtseinheit verschiedene richtige und falsche Schaltungstypen bei verschiedenen Quellen und Verbrauchern für funktionierend hielten. Bei Batterie und Fassung (BF wird am häufigsten die Schaltung 1 (Item 1, Abb. 1, S. 4) für funktionierend gehalten bzw. selbst hergestellt. Bei Batterie und Lämpchen war es die Schaltung 11 und bei Dynamo und Rücklicht die Schaltung 36. Daraus wurde die Vorstellung abgeleitet, daß die Fähigkeiten der Schüler mit Hilfe von für funktionsfähig gehaltenen Schaltungstypen (ST) bei bestimmten Quellen und Verbrauchern (QV) beschrieben werden können. Es wurden dementsprechend Testaufgaben konstruiert, in denen gezeichnete Schaltungen auf ihre Funktionsfähigkeit beurteilt werden sollten, die in beiden Variablen ST und QV variieren. Dabei kann ST als relevante Variable betrachtet werden, da die Funktion einer Schaltung tatsächlich vom Schaltungstyp ST abhängt, während QV in diesem Zusammenhang eine irrelevante, von den Schülern fälschlich für relevant gehaltene Variable darstellt.

Zur Bestimmung der Valenzen von QV wurde von folgender Hypothese ausgegangen:

H_1: Es hängt von der Symmetrie der Anschlußstellen von Quelle und Verbraucher ab, welcher Schaltungstyp für funktionierend gehalten wird.

Es wurden für Quellen und Verbraucher Geräte mit symmetrischen (s), asymmetrischen (a) und komplexen (k) Anschlußstellen ausgewählt. Damit ergaben sich folgende Valenzen (vgl. Abb. 5):

Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
QV	BF	BS	BL	BR	BK	BM	DF	DR	DK	TS	TL	TM	NF
Symmetrie der Anschlußstellen	ss	ss	sa	sa	sk	sk	as	aa	ak	ks	ka	kk	ss
Items	1-6	7-9	10-17	18,19	20-23	24-27	28-31	32-36	37-40	41-45	46-48	49-52	53-60

Tab. 1

Da andererseits die Funktion der Schaltung wirklich vom Schaltungstyp abhängt, bestand die zweite Hypothese, daß verschiedene Schüler diese Abhängigkeit für verschiedene Schaltungstypen verschieden gut beurteilen können.

H_2: Jede Valenz der Variable Schaltungstyp entspricht einer Fähigkeit.[1)]

Als Valenzen der Variable Schaltungstyp (ST) wurden die obengenannten, bei den Schülern als Fehler beobachteten Schaltungstypen durch einige weitere Valenzen ergänzt, welche zu einer grösseren Vielfalt der Testaufgaben (Motivation der Schüler bei der Bearbeitung des Tests) und zur Erfassung eines größeren Verhaltensbereichs führen sollten. Gerade diese Valenzen führten zu einer Korrektur beider Hypothesen.

Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht der Valenzen der Variablen ST (vgl. Abb. 6)[2)]:

Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ST	=	—	$\stackrel{-}{- -}$	>	<	>–<	L	NL	f.A.
Items	1,9,12, 16,19, 21,24, 29,33, 38,42, 46,56, 60	8,10, 15,30, 36,40, 47,55, 57	14, 59	3,7,11, 18,23, 26,41, 48,53	28, 32, 39	4, 50	5,6, 17,34, 51,58	2,13, 31,35, 44,54	20,22, 25,27, 37,43, 45,49, 52

Tab. 2

4.3. Die Gewinnung homogener Untertests im Rahmen der Meßgenauigkeit

Nach den Ausführungen im Abschnitt 2.5. bilden homogene Untertests die Basis für die Messung von Fähigkeiten und die Bestimmung der verhaltensbestimmenden Sachstrukturmuster. Im Abschnitt 3.3. wurden dann die Kriterien für einen homogenen Untertest I abgeleitet. Sie sollen hier in der für die praktische Arbeit präzisierten Form nochmals wiederholt werden.

1) Vgl. die Definition 8, S. 18.

2) Zum Zeitpunkt der Formulierung der Hypothesen und deren Umsetzung in die Testkonstruktion bestanden noch deterministische Vorstellungen über den Nachweis und die Messung von Fähigkeiten. Daher sind einige Valenzen der Variable ST nur mit 2 Items besetzt.

Abb. 5 : Beispiele für die Valenzen der Variablen "Quelle und Verbraucher".

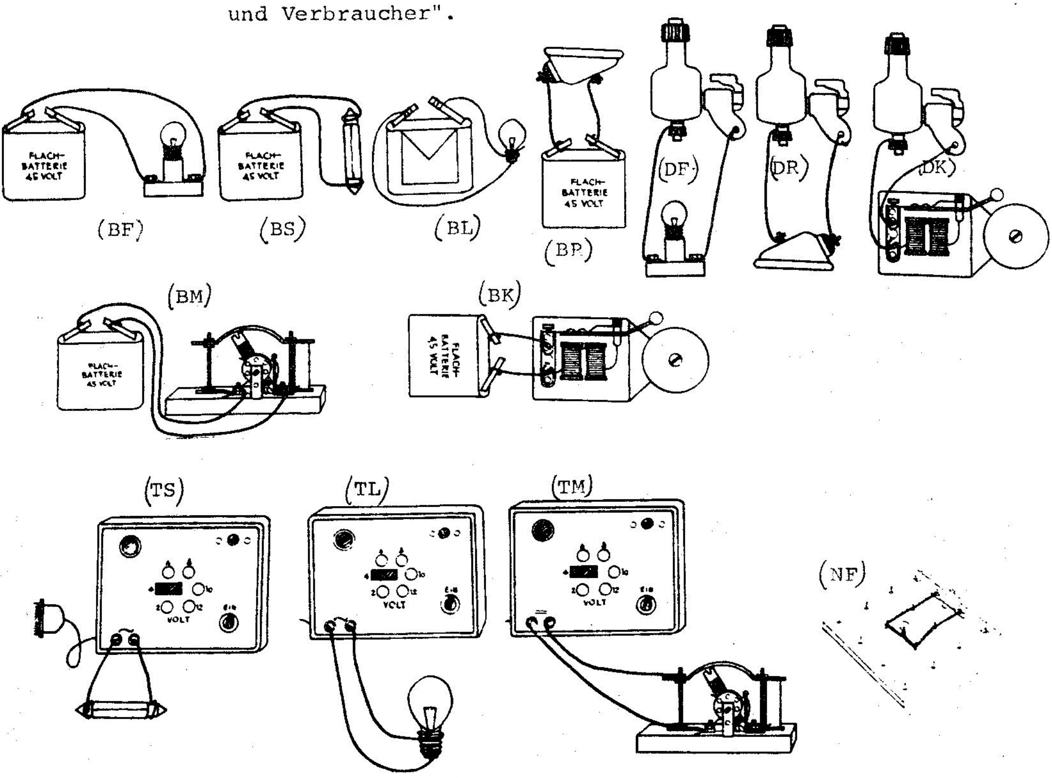
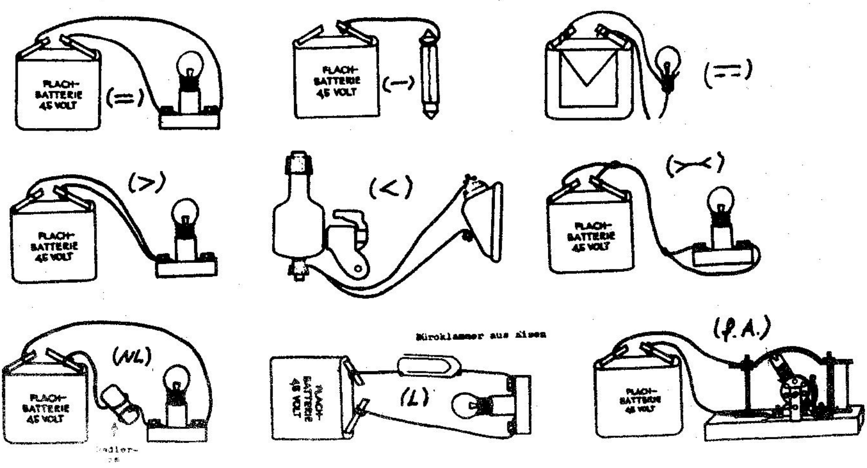


Abb. 6 : Beispiele für die Valenzen der Variablen Schaltungstyp



a) p_i soll für alle $i \in I$ ungefähr gleich sein. Da alle p_i als Realisationen eines Parameters $\bar{p}_f$ aufgefaßt werden, soll

$$p_i = \bar{p}_f \pm 2\, s_p$$

sein, d. h.

$$|p_i - p_j| \leq 4\, s_p, \text{ mit}$$

$$s_p = \sqrt{\frac{p \cdot q}{N}} - \frac{0,5}{\sqrt{N}} = \frac{0,5}{\sqrt{150}} = 0,04.$$

Die p_i-Werte eines homogenen Untertests sollen also in einem Intervall von der Breite 0,16 liegen.

b) Die Gleichung

$$p(+/S_{k'},i) = k'/(n_I-1)$$

soll innerhalb der Fehlergrenze erfüllt sein.

Der Fehler von $p(+/S_{k'},i)$ wird nach derselben Formel wie oben aus

$$2s \leq \frac{1}{\sqrt{N_{k'}}}$$

bestimmt, wo $N_{k'}$ die Anzahl der Schüler s mit der geschätzten Lösungswahrscheinlichkeit $p(+/s,I') = k'/(n_I-1)$ ist.

Ferner soll die Anzahl n_I der Items von I nicht kleiner als 5 sein. Der Fehler bei jedem einzelnen Schüler ist dann noch sehr groß, nämlich $\pm$ ·45.

Zum Auffinden solcher Untertests I werden <u>zwei Verfahren</u> verwendet, welche beide die zweite Bedingung vorläufig durch die partiellen Trennschärfen prüfen (vgl. Abschnitt 3.4.):

A) Es werden gemäß der Hypothese 2 Items mit gleichem Schaltungstyp zusammengefaßt und zunächst gemäß ihrer p_i-Werte nach Bedingung a) in Untertests aufgespalten. Dann werden für alle Items die partiellen Trennschärfen mit den Summenwerten aus diesen Untertests berechnet. Wenn die partiellen Trennschärfen der meisten Items aus I größer sind als diejenigen anderer Items in demselben p_i-Bereich, so gilt das als Hinweis darauf, daß hier tatsächlich homogene Items, die eine besondere Fähigkeit erfordern, vorliegen. Aufgrund der Ergebnisse können einzelne Items mit besonders niedriger partieller Trennschärfe eliminiert werden (insbesondere, wenn diese nicht signifikant größer als null ist), oder andere Items oder Itemgruppen mit ähnlich hoher partieller Trennschärfe im gleichen p_i-Bereich hinzugenommen werden.

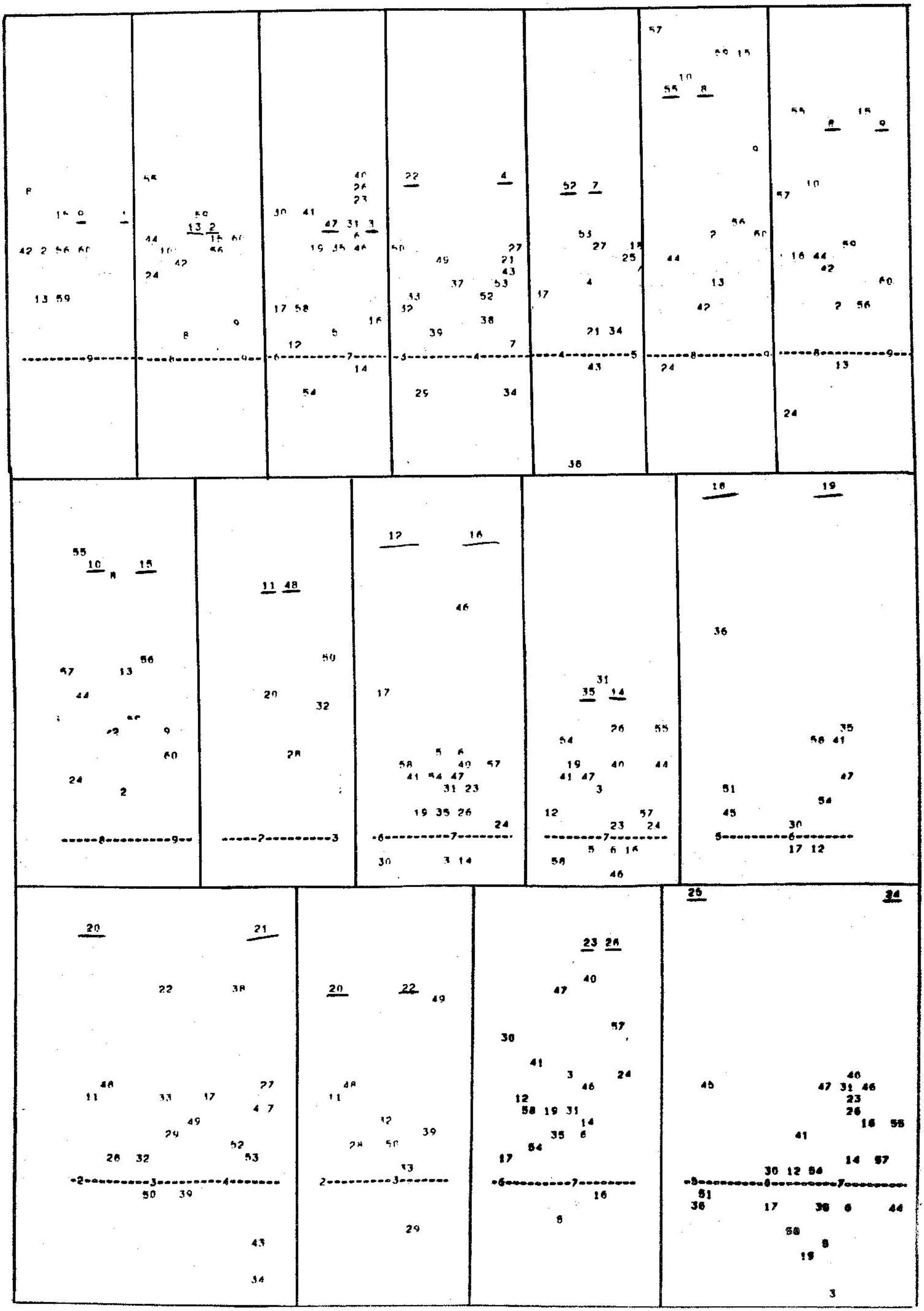
B) Das zweite Verfahren nimmt keinen Bezug zu den Hypothesen und ist rein synthetisch. Bei ihm wird ausgenutzt, daß die partielle Trennschärfe $r_{iX'}$ ein gewogenes Mittel der einzelnen Item-Item-Korrelationen r_{ij} ist (vgl. LORD-NOVICK, 1968, S. 330). Man wählt für jedes Item i dasjenige andere Item j aus, welches eine möglichst hohe Korrelation r_{ij} und eine etwa gleiche mittlere Lösungswahrscheinlichkeit $p_j \simeq p_i$ aufweist. Dann rechnet man die Trennschärfen r_{iX} aller anderen Items g mit etwa gleichem p_g aus, wobei X der Summenwert der beiden Basisitems i und j ist. Die Items mit den höchsten r_{iX}-Werten werden als homogene Items zu i und j hinzugenommen. Das Verfahren läßt sich dann iterativ fortsetzen. Es führte aber in den meisten Fällen bereits im ersten Schritt zu einer befriedigenden Übereinstimmung mit den sich ergebenden homogenen Untertests aus dem ersten Verfahren. Dies zeigt ein Vergleich der folgenden Abb. 7 mit der Abb. 8, S. 40.

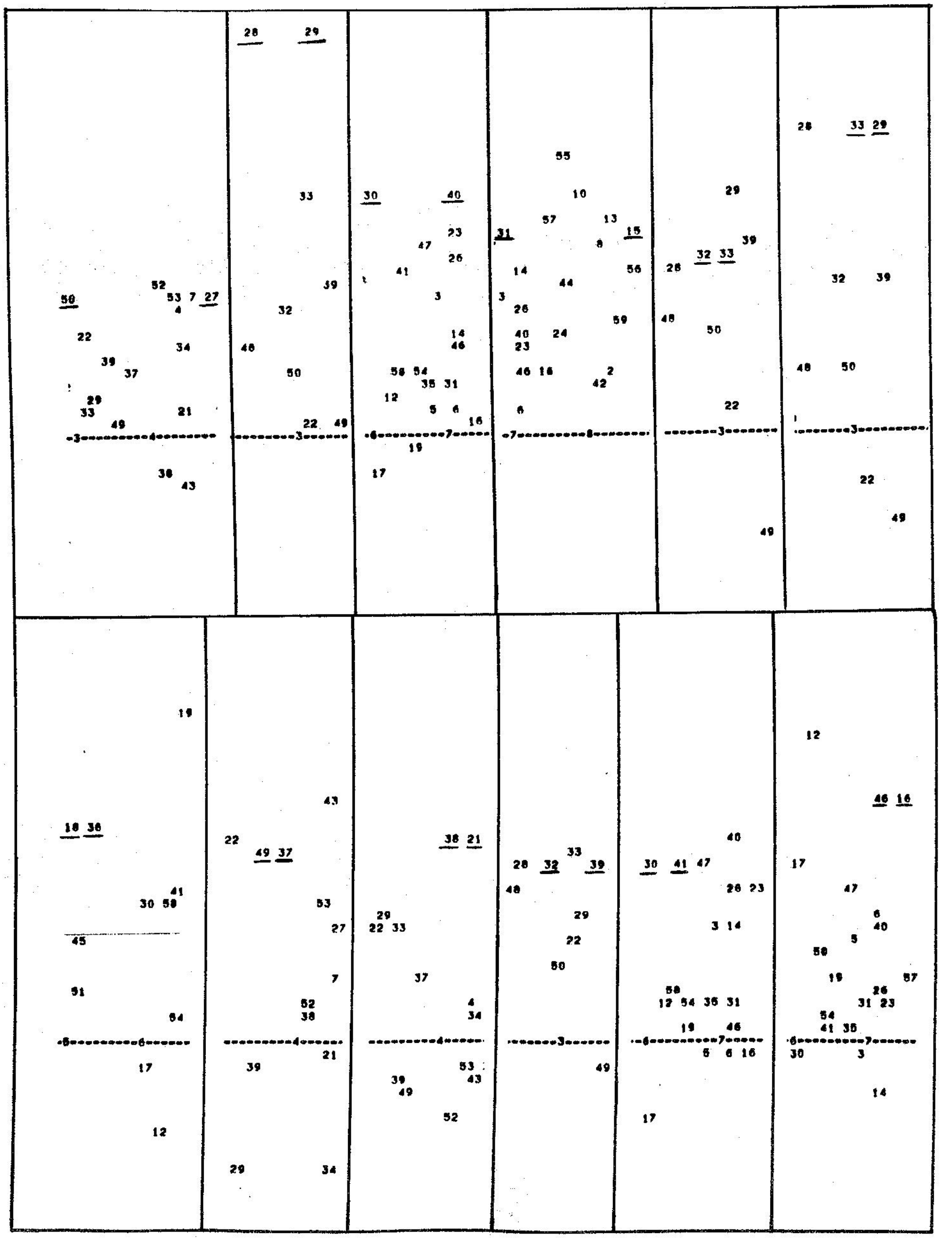
Nach diesen Verfahren wurden sieben vermutlich homogene Untertests gebildet, welche nun durch die Bestimmung der Item-Kurven $p(+/S_{k'},i) = f(k')$ im Rahmen der Meßgenauigkeit und im Rahmen der Leistungsfähigkeit dieses Ansatzes endgültig auf ihre Homogenität geprüft wurden (vgl. Abb. 8).

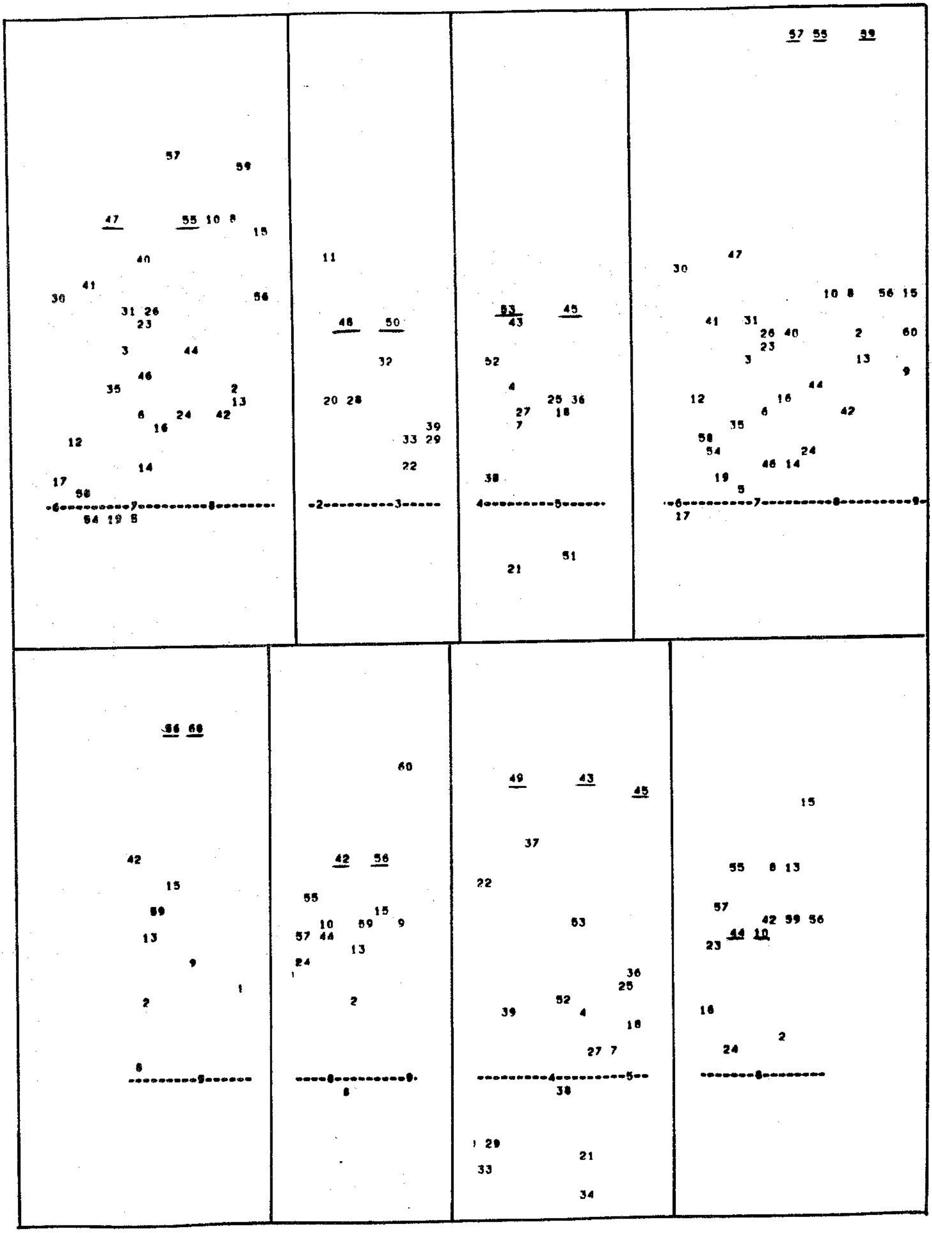
<u>Abb. 7:</u> Ein synthetisches Verfahren zum Aufsuchen homogener Untertests: Bestimmung der Trennschärfen r_{iX} aller Items in einem $_i$-Intervall. In jeder der 36 Teilabbildungen wurde der Summenwert X aus 2 bzw. 3 hoch korrelierenden Items (Basis-Items) gebildet, welche unterstrichen sind. Die Items mit höchster Trennschärfe bilden zusammen mit den Basis-Items einen als homogen vermuteten Untertest. (Vgl. die folgenden Seiten.)

Abszisse: $1{,}0$ cm $\hat{=}$ $(\Delta p = 0{,}1)$

Ordinate: $0{,}8$ cm $\hat{=}$ $(\Delta r_{iX'} = 0{,}1)$







Erläuterungen zu Abb. 8:

Die Bestimmung dieser Kurven erfolgt in mehreren Schritten:

a) Eine Gruppe von Items mit dem Muster M_f, die nach den Verfahren A und B als homogen vermutet werden, wird als Untertest I_f ausgewählt. (Der Index f wird im folgenden weggelassen.)

b) Ein Item $i \in I$ wird ausgewählt, für welches die Kurve bestimmt werden soll.

c) Für alle Schüler s wird ihre individuelle Lösungswahrscheinlichkeit $p(+/s,I')$ geschätzt, indem ihr Summenwert X'_s unter Berücksichtigung aller Items von I außer i ausgezählt wird. Dann gilt:

$$p(+/s,I') = \frac{1}{(n_I-1)} \sum_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} x_{js}$$

$$= \frac{X'_s}{(n_I-1)}$$

n_I : Anzahl der Items in I.

d) Schüler mit gleichem $p(+/s,I') = \frac{k'}{n_I-1}$ werden zu Gruppen $S_{k'}$ zusammengefaßt. In diesen Gruppen wird die Lösungswahrscheinlichkeit $p(+/S_{k'},i)$ dieser Schüler bei Item i bestimmt. Sie müßte gleich k'/n_I-1 sein, wenn I wirklich homogene Items enthält. Die zu erwartende Gerade ist einschließlich des 95%-Mutungsintervalls (Fehlerbalken) ebenfalls eingetragen. Der Fehler wurde aus

$$2s = \frac{1}{\sqrt{N_{k'}}}$$

bestimmt. (Fehler aus der Objektivität: < 5 %)

e) Es soll nochmals betont werden, daß die Bestimmung der Größen $p(+/s,I')$ und $p(+/S_{k'},i)$ unter Benutzung verschiedener Informationen erfolgt.

f) Die Größe $h(k')$ stellt die Verteilung der geschätzten, individuellen Lösungswahrscheinlichkeiten in der Gesamtpopulation dar.

Abb. 8.1. - 8.7.:

Geschätzte Item-Lösungswahrscheinlichkeiten $p(+/S_{k'},i)$ in Abhängigkeit von den geschätzten individuellen Lösungswahrscheinlichkeiten $\frac{k'}{(n_I-1)}$ der Schüler. (Die Nummern 8.1. - 8.7.) entsprechen den Nummern der Untertests und Muster in Tab. 3, S. 46).

Die Kurven wurden jeweils für das Item größter und kleinster partieller Trennschärfe berechnet und eingezeichnet.

Die partiellen Trennschärfen aller Items in demselben P_i-Intervall sind im rechten Teil der jeweiligen Abbildung dargestellt. (Erläuterungen S. 39.) ($r_{ix'}$ > ·16 ist signifikant größer null, N = 154, α = 5%). Die Objektivität der Auswertung bei den Items 1-60 ist durchweg größer als 95%, im Mittel 99%.)

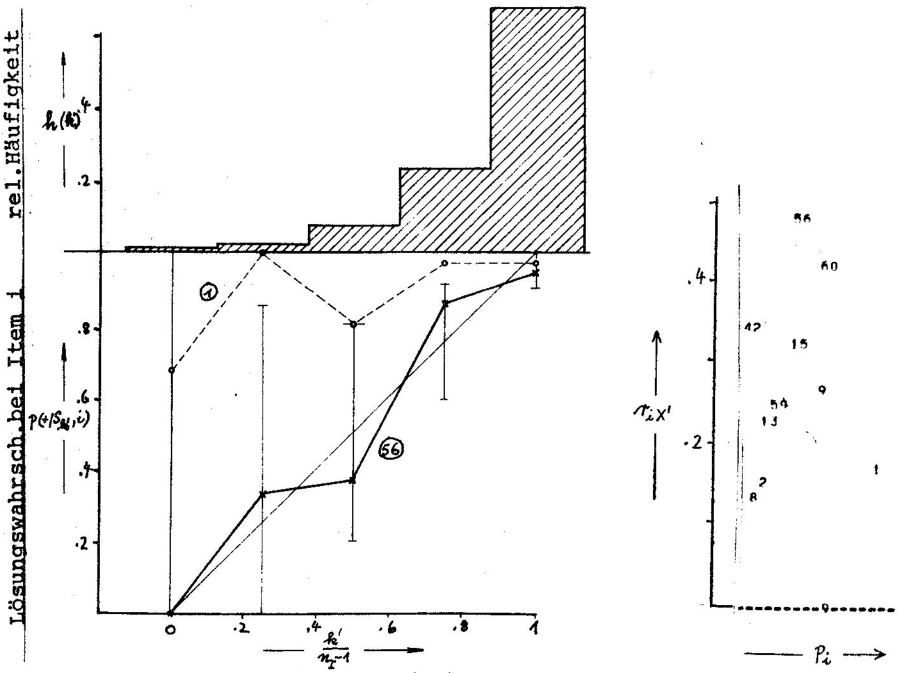


Abb. 8.1.

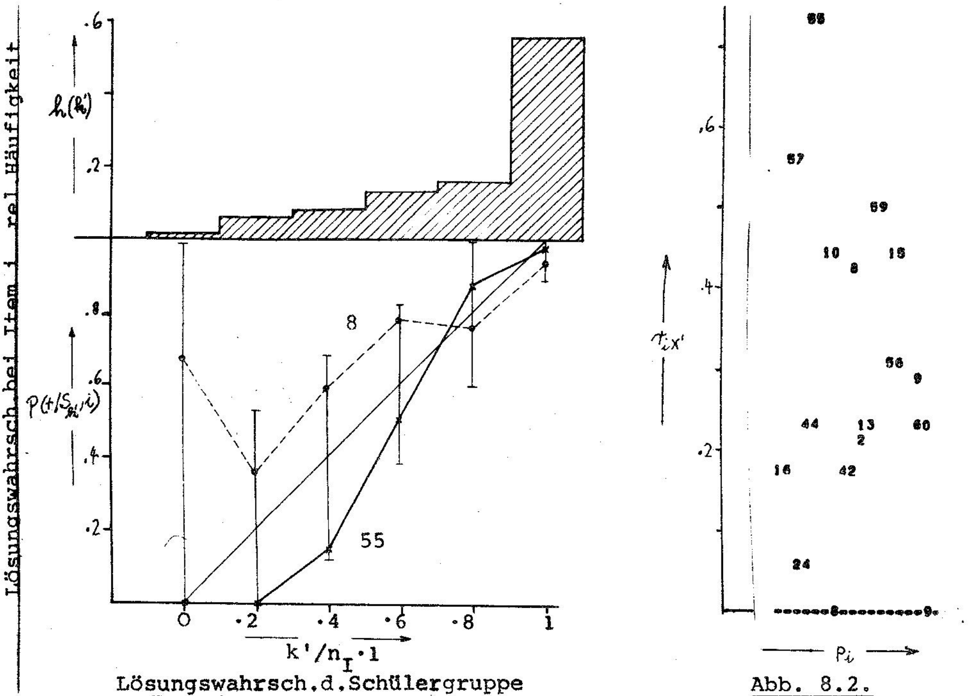

Lösungswahrsch.bei Item i   rel.Häufigkeit
h(k')
.6
.2
.8
.6
.4
.2
p(+/S_k',i)
8
55
0
.2
.4
.6
.8
1
k'/n_I·1
Lösungswahrsch.d.Schülergruppe
.6
.4
.2
r_ix'
p_i
55
57
59
10
15
8
56
9
44
13
60
2
16
42
24

Abb. 8.2.

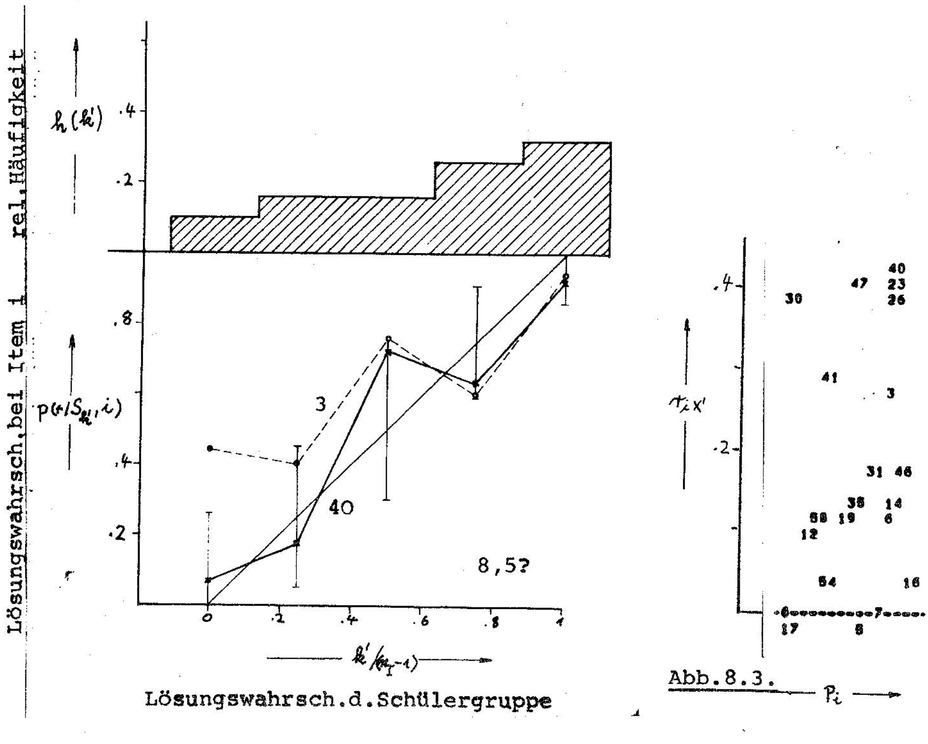

Lösungswahrsch.bei Item i   rel.Häufigkeit
h(k')
.4
.2
.8
.4
.2
p(+/S_k',i)
3
40
8,5?
0
.2
.4
.6
.8
1
Lösungswahrsch.d.Schülergruppe
.4
.2
r_ix'
p_i
40
47
23
30
26
41
3
31
46
35
14
58
19
6
12
54
16
17
8

Abb.8.3.

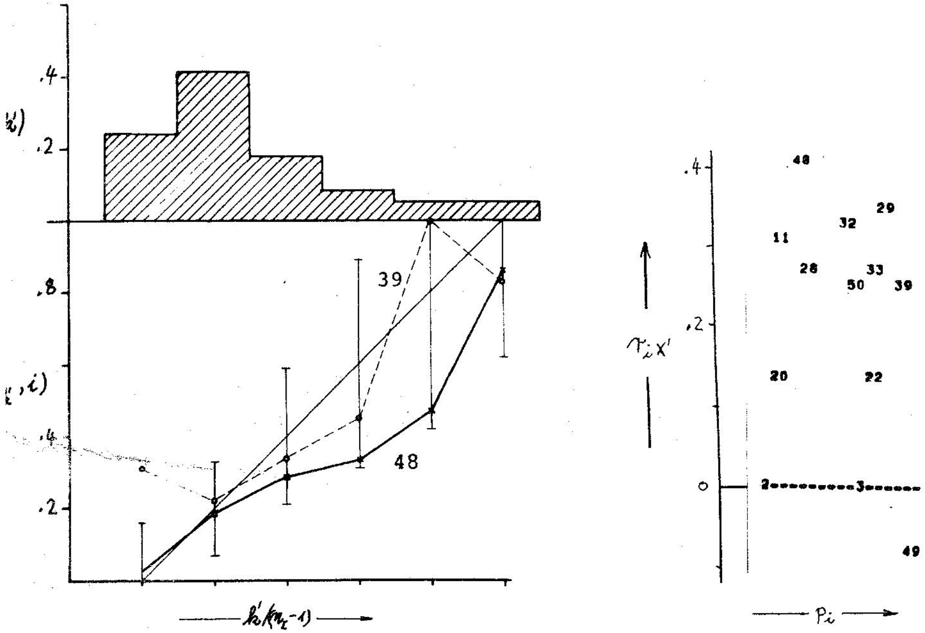

.4
.2
.8
.2
39
48
.4
.2
0
48
11
32
29
28
33
50
39
20
22
2
3
49

Abb. 8.4.

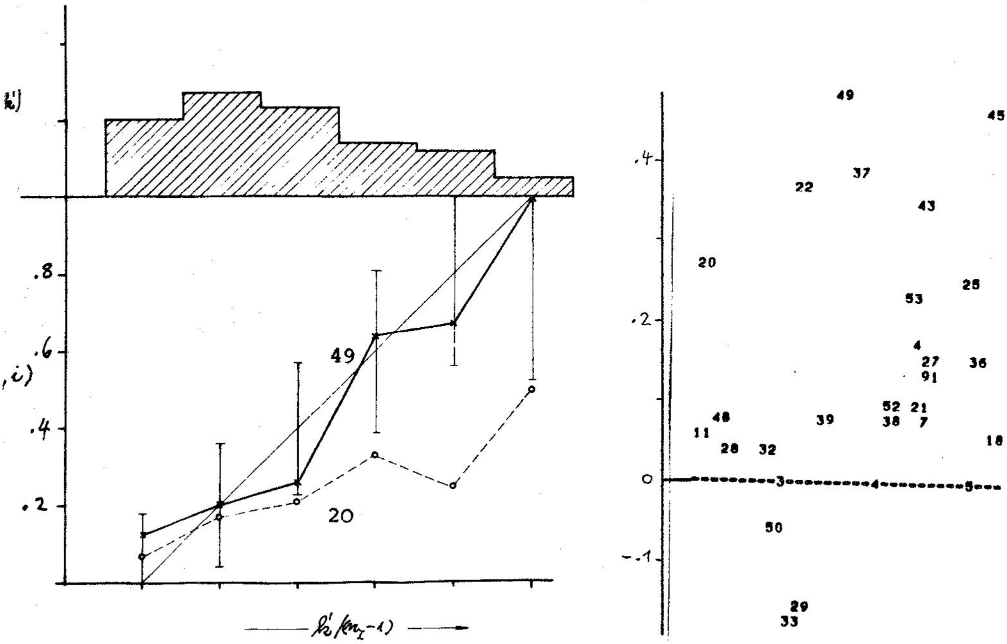

.8
.6
.4
.2
49
20
.4
.2
0
-.1
49
45
37
22
43
20
25
53
4
27
36
91
52
21
48
39
38
7
11
28
32
18
3
4
5
50
29
33

Abb. 8.7.

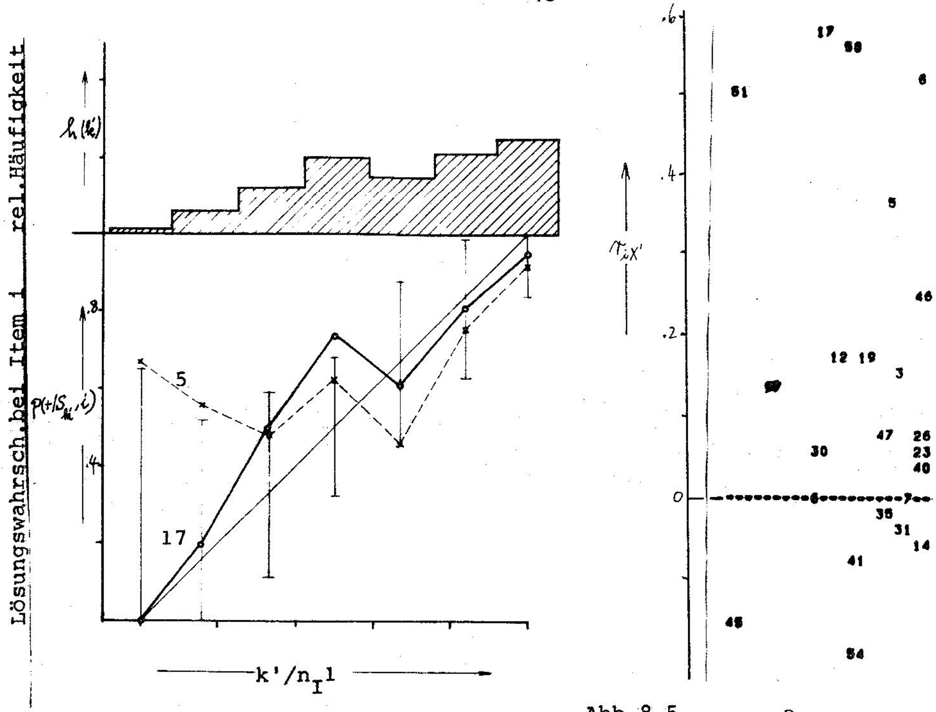

Lösungswahrsch. bei Item 1   rel. Häufigkeit
h(k')
P(+|S_k', i)
.8
.4
5
17
k'/n_I 1
Lösungswahrsch.d.Schülergruppe
r_iX'
.6
.4
.2
0
17
58
51
6
5
46
12 19
3
30
47 26
23
40
7
35
31
14
41
45
54
P_i

Abb.8.5.

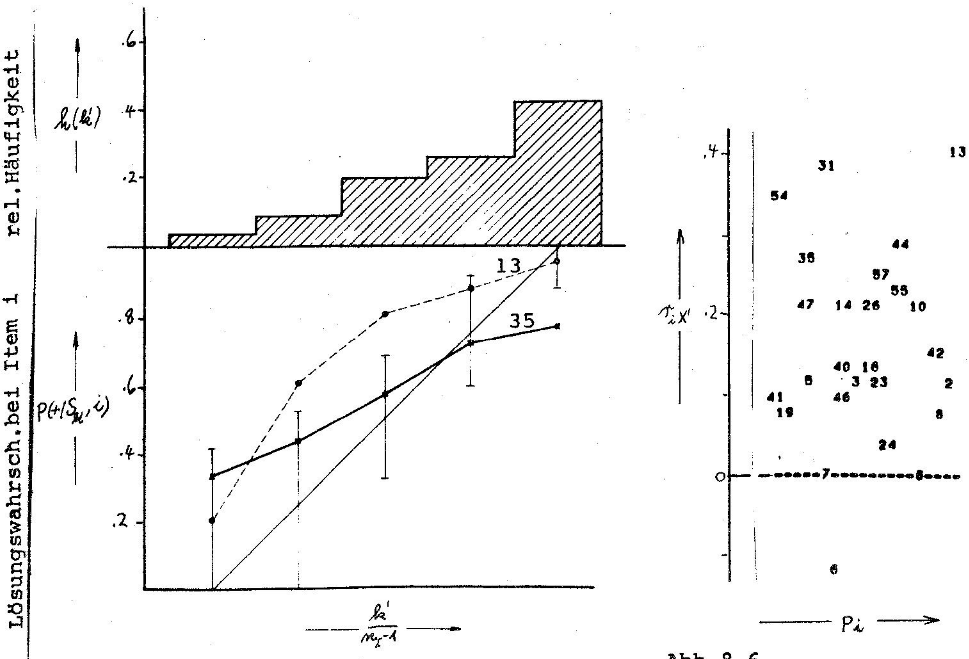

Lösungswahrsch. bei Item 1   rel. Häufigkeit
h(k')
.6
.4
.2
P(+|S_k', i)
.8
.6
.4
.2
13
35
k' / (n_I - 1)
Lösungswahrsch.d.Schülergruppe
r_iX'
.4
.2
0
13
31
54
44
36
57
55
47 14 26 10
42
40 16
5 3 23
2
41
46
19
8
24
7
8
6
P_i

Abb.8.6.

Zur Interpretation dieser Kurven ist im einzelnen folgendes zu bemerken: [1)]

Zu 8.1.: Die Homogenität von Item 1 ist sowohl gemäß Trennschärfe als auch gemäß Item-Kurve unbefriedigend. Dieses Item ist zu leicht. Die Homogenität von Item 56 ist nach beiden Kriterien optimal.

Zu 8.2.: Beide Items haben hohe Trennschärfen, und ihre Item-Kurven verlaufen innerhalb der Fehlergrenzen. Der Untertest I_2 stellt sich als der "homogenste" von allen sieben Untertests dar.

Zu 8.3.: Item 3 hat eine geringe Trennschärfe, seine Item-Kurve läuft teilweise außerhalb der Fehlergrenze. Ähnliche Beobachtungen wurden auch bei den Items 1, 2 und 4 gemacht, so daß die Hypothese besteht, daß die ersten Testitems ein untypisches Verhalten ausgelöst haben (Eingewöhnung in die Art der Items). Item 40 hat eine hohe Trennschärfe, seine Itemkurve läuft jedoch an einer Stelle (geringfügig) aus dem Fehlerbereich heraus. Das ist vielleicht ein Hinweis auf speziellere Fähigkeiten, die mit der QV-Kombination Dynamo-Klingel zusammenhängen.

Zu 8.4.: Item 39 hat die geringere Trennschärfe, seine Item-Kurve läuft einmal aus dem Fehlerbereich. Item 48 hat eine hohe Trennschärfe, die Item-Kurve läuft monoton steigend innerhalb der Fehlergrenze, allerdings insgesamt unterhalb der erwarteten Diagonalen. Das kommt daher, daß der p_i-Wert von Item 48 niedriger liegt als der mittlere p_i-Wert aller anderen Items dieses Untertests.

Zu 8.5.: Auch hier verläuft die Itemkurve für das Item 17 mit höherer Trennschärfe fast vollständig innerhalb der Fehlergrenzen, während das Item mit niedriger Trennschärfe bei einem Meßpunkt deutlich außerhalb liegt.

Zu 8.6.: Hier zeigt das Item 13 mit höherer Trennschärfe zwar eine monoton wachsende Item-Kurve, es liegt jedoch insgesamt oberhalb der Diagonalen, was durch seine

1) Die entsprechenden Untertests und verhaltensbestimmenden Sachstrukturmuster sind in Tab.3, S. 46 zu finden.

hohe mittlere Lösungswahrscheinlichkeit p_i zu erklären ist. Dagegen zeigt Item 35 (niedrigere Trennschärfe) eine kleinere, durchschnittliche Steigung.

Zu 8.7.: Item 49 (hohe Trennschärfe) verläuft nahe der erwarteten Diagonale, während Item 20 (kleine Trennschärfe, niedriger p_i-Wert) mit geringer Steigung und insgesamt unterhalb der Erwartungsgeraden verläuft.

Zusammenfassung: Die Item-Kurven $p(+/S_{k'}, i)=f(k')$ bestätigen den Wert der Trennschärfenanalyse zur Auffindung homogener Untertests. Sie verlaufen für Items hoher Trennschärfe innerhalb der Meßgenauigkeit in der Nähe der erwarteten Geraden. Dies stellt einen befriedigenden Nachweis für die Güte der Messung der Lösungswahrscheinlichkeit des einzelnen Schülers durch $p(+/s,I')$ dar.

4.4. Die verhaltensbestimmenden Sachstrukturmuster

Aus den Untersuchungen des letzten Abschnittes ergaben sich sieben homogene Untertests, deren Items und verhaltensbestimmende Sachstrukturmuster in der folgenden Tabelle zusammengefaßt sind:

Tab. 3: Näherungsweise homogene Untertests aus den Items der Abb. 1 und deren verhaltensbestimmende Sachstrukturmuster

Nr. f	Items Nr.	Verhaltensbestimmende Sachstrukturmuster Mf konkret	hypothetisch[1]	Mittlere Lösungsw. $\bar{p}_f$
1	1,9,42,56,60	[(BF,BS,TS,NF),(=)]	$[(S^{++}),(=)]$	.88
2	8,10,15,55,57, 59	[(BS,BL,NF),(-)] $\oplus$ [(NF), (==)]	$[(S^{++}), (R)]$	.80
3	3,23,26,30,40, 41,47	[(BF,BK,BM,TS),(>)] $\oplus$ [(DF,DK,TL),(-)]	$[(S^{+}), (R)]$	.68
4	11,28,32,39, 48,50	[(BL,TL,DF,DR,DK), (>,<)] $\oplus$ [(TM), (>-<)]	$[(S^{--}), (R)]$	.27
5	5,6,17,51,58	[(BF,BL,TM,NF),(L)]	$[(S^{++},S^{+}), (L)]$	.65
6	13,31,35,44,54	[(BL,DF,DR,TS,NF), (NL)]	$[(S^{++},S^{+},S^{-},S^{--}),(NL)]$	.72
7	20,22,37,43, 45,49	[(BK, DK,TS,TM_1), (f.A.)]	$[(S^{-},S^{--}),(f.A.)]$	.37

1) Vgl. S. 49 ff.

Um den Ertrag dieser verhaltensbestimmenden Sachstrukturmuster auszuschöpfen, ist es notwendig, die einzelnen Valenzunterschiede innerhalb und zwischen den Mustern zu analysieren. Dabei werden sich die in der Tabelle bereits dargestellten, vereinfachten Muster mit neuen Variablen bzw. Valenzen als begründete Hypothesen ergeben. Um die Ergebnisse weiter zu veranschaulichen, wurden sie in Tabelle 4 in einer zweiten Art und Weise dargestellt. Während in Tabelle 3 die Variablenmuster den Nummern der Untertests zugeordnet werden, sind in Tabelle 4 die Untertestnummern in das Raster der Variablen eingetragen.

Zunächst ist festzustellen, daß die Untertests 5, 6 und 7 im wesentlichen der Hypothese 2 entsprechen, da fast alle Items des jeweiligen Schaltungstyps in einem homogenen Untertest enthalten sind. Die Ausnahmen sind vermutlich durch spezielle Vorstellungen zu erklären, die vor allem mit den Anschlußstellen bestimmter Geräte (z. B. des Motors) verbunden sind.

Im Untertest 1 tritt ebenfalls nur eine Valenz der Variablen Schaltungstyp (ST) auf. Bezüglich der zweiten Variablen "Quelle und Verbraucher" (QV) sind nur solche Kombinationen enthalten, bei welchen Quelle und Verbraucher symmetrische Anschlußstellen haben (Kombination SS, vgl. Tab. 1, S. 31). Dabei kann als Ergebnis verbucht werden, daß die Anschlußstellen des Transformators als hinreichend symmetrisch angesehen werden, was für diejenigen von Klingel und Motor nicht gilt. Insofern stellt das Muster 1 eine Bestätigung beider Hypothesen (vgl. S. 31) dar.

Variable ST / Variable QV	=	−	≕	>	<	>-<	L	NL	f.A.
BF	1	-	-	3	-	*	5	*	-
BS	1	2	-	*	-	-	-	-	-
BL	*	2	*	4	-	-	5	6	-
BR	*	-	-	*	-	-	-	-	-
BK	*	-	-	3	-	-	-	-	7
BM	*	-	-	3	-	-	-	-	*
DF	*	3	-	-	4	-	-	6	-
DR	*	*	-	-	4	-	*	6	-
DK	*	3	-	-	4	-	-	-	7
TS	1	-	-	3	-	-	-	6	7
TL	*	3	-	4	-	-	-	-	-
TM	-	-	-	-	-	4	5	-	7,*
NF	1	2	2	*	-	-	5	6	-

Tab. 4: Die Verteilung der Itemvalenzen auf die Untertests (Zahlen bedeuten die Nummer des homogenen Untertests, * bedeuten Items, die nicht in homogenen Untertests auftreten, - bedeuten Valenzkombinationen, für die kein Item im Test enthalten war.)

Die Untertests 2 bis 4 müssen im Zusammenhang betrachtet werden. Die in ihnen vertretenen Muster enthalten Schaltungstypen, bei denen einfache Regeln (Begriffsstrukturen) verletzt sind. Diese Regeln sind:

1) Wenn zwischen Quelle und Verbraucher nur eine Verbindung hergestellt wird, funktioniert der Verbraucher nicht.

2) Wenn an der Quelle nur eine Anschlußstelle angeschlossen wird, funktioniert der Verbraucher nicht.

3) Wenn am Verbraucher nur eine Anschlußstelle angeschlossen wird, funktioniert der Verbraucher nicht.

Beim Schaltungstyp (—) sind alle drei Regeln verletzt, bei (=) ist Regel 1, bei (>) Regel 3, bei (<) Regel 2 und bei (>—<) wieder Regel 1 verletzt. Nun zeigt eine Betrachtung der homogenen Untertests 2 bis 4, daß jeder dieser Untertests mehrere dieser Valenzen enthält. Dies kann nur so gedeutet werden, daß die Schüler (vor dem Unterricht) nicht einzelne dieser Regeln kennen und anwenden, sondern Vorkenntnisse besitzen, die diese Regeln als Einheit betreffen. Daraus wird die Folgerung abgeleitet, daß die Valenzen (—), (=), (>), (<) und (>—<) für die verhaltensbestimmende Sachstruktur vor dem Unterricht zu einer Valenz (R) zusammengefaßt werden können. Dies stellt eine Korrektur der Hypothese 2 dar, die im übrigen bestätigt wird.

Die Unterschiede zwischen diesen Untertests sind dann vermutlich durch eine Variable "Symmetrie der Schaltung" zu erklären, mit folgenden hypothetischen Valenzen:

S^{++}: Schaltungen, deren Symmetrie die richtige Beurteilung stark suggeriert.
Beispiele: Bei einer QV-Kombination mit beiderseits symmetrischen Anschlußstellen wird die Schaltung (=) als funktionierend suggeriert (Item 1), die Schaltung (—) aber als nicht funktionierend, da sowohl an der Quelle als auch am Verbraucher eine deutlich als solche erkennbare Anschlußstelle nicht angeschlossen ist (Item 8).

Beide Beurteilungen <u>aufgrund der Symmetrie</u> sind richtig.

S^{+}: Schaltungen, bei denen die richtige Beurteilung schwach suggeriert wird.

S^{-}: Schaltungen, bei denen die falsche Beurteilung schwach suggeriert wird.

S^{--}: Schaltungen, bei denen die falsche Beurteilung stark suggeriert wird.

Beispiel: Bei einer Quelle mit symmetrischen Anschlußstellen und einem Verbraucher mit einer hervorstechenden, asymmetrischen Anschlußstelle wird die Schaltung (>) häufig für funktionierend gehalten, was eine falsche Beurteilung darstellt (Items 11, 48).

Von besonderem Interesse ist hierbei, daß auch Item 50 zum Untertest 4 gehört, obwohl hier die <u>Anschlußstellen</u> von Quelle und Verbraucher symmetrisch sind.

Wir gelangen also auf diese Weise zu einer Korrektur der Hypothese 1. Statt der Symmetrie der Anschlußstellen scheint die Symmetrie der ganzen Schaltung von Bedeutung zu sein. Diese Variable "Symmetrie der Schaltung" wird durch ihre oben definierten Valenzen präzisiert und tritt an die Stelle der Variablen "Quelle und Verbraucher" (QV).

Den Einfluß solcher allgemeiner Eigenschaften einer Figur auf das Verhalten von Personen hat vor allem GARNER (1963,1970) untersucht. Er nennt die von ihm untersuchte, gestaltpsychologische Eigenschaft solcher Figuren "goodness of patterns" und findet, daß diese umso höher ist, je größer die Anzahl der Symmetrien solcher Figuren ist.

Mit Hilfe dieser neuen Variablen "Symmetrie der SChaltung" und der neuen Valenz R der Variablen Schaltungstyp lassen sich die in der Tabelle 2 bereits aufgeführten hypothetischen Muster angeben. Sie stellen Verallgemeinerungen der konkreten Muster dar, welche uns die Abschätzung von Fähigkeiten der Schüler in einem grösseren Objektbereich ermöglichen. An einigen Aufgaben mit anderem Aufgabentyp und anderen Quellen und Verbrauchern konnte diese Verallgemeinerung bestätigt werden (vgl. Abschnitt 4.5.).

Mit Hilfe dieser verhaltensbestimmenden Sachstrukturmuster lassen sich also Lösungswahrscheinlichkeiten einzelner Schüler bei einzelnen Items dieser Art vorhersagen. Für jeden Schüler s kann der Schätzwert $p(+/s, M_f)$ seiner Lösungswahrscheinlichkeit bei Items mit dem Muster M_f aus seinem Summenwert X_s' in dem entsprechenden Untertest bestimmt werden.

Es würde hier zu weit führen, die vermuteten Ursachen für das Fehlen der restlichen Items, die nicht in diesen homogenen Untertests auftreten, alle anzuführen. In den meisten Fällen scheinen speziell mit einem bestimmten Gerät verknüpfte Vorstellungen der Grund für das abweichende Verhalten der Schüler zu sein. So wird die Schaltung 36, bei der Dynamo und Rücklicht durch einen Draht verbunden sind, besonders häufig (p_i = .50) für funktionierend gehalten, da die Schüler am Fahrrad immer nur eine Verbindung zwischen diesen beiden Geräten sehen. - Generell kann gesagt werden, daß bei "singulären" Items die ursprünglichen, nur einfach besetzten Valenzen das Verhalten bestimmen.

4.5. Die Vorhersage von Lösungswahrscheinlichkeiten bei andersartigen Aufgaben

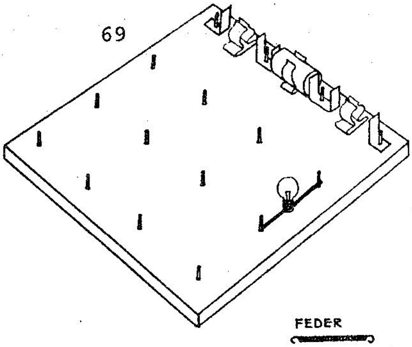
Außer den Testaufgaben der Abb. 1 wurden noch 4 andere Aufgabentypen untersucht: Aufgaben, bei denen nach der Zahl der Anschlußstellen bestimmter Quellen und Verbraucher gefragt war (ZA, Items 61-65, vgl. Tab. 5,S. 54); Aufgaben, bei denen nach der Zahl der notwendigen Verbindungen zwischen bestimmten Quellen und Verbrauchern gefragt war (ZV, Items 66-68); Aufgaben, bei denen zu vorgezeichneten Quellen und Verbrauchern Drähte so einzuzeichnen waren, daß der Verbraucher funktioniert (Z, Items 69-74, Abb. 9, S. 53) und Aufgaben, bei denen mit vorgegebenen Quellen, Verbrauchern und Drähten funktionierende Schaltungen im Experiment herzustellen waren (E, Items 75-77).

Alle diese Aufgaben haben wieder etwas mit Quellen, Verbrauchern und Regeln über das Funktionieren zu tun, so daß wir probeweise die passenden verhaltensbestimmenden Muster aus Tab. 3 aussuchen können. Diese müßten uns dann möglicherweise eine Vorhersage der individuellen Lösungswahrscheinlichkeiten der Schüler erlauben. Ob dies der Fall ist, können wir dadurch prüfen, daß wir die p_i-Werte dieser Items mit den $\bar{p}_f$-Werten der Tabelle 3 vergleichen und nachsehen, ob die r_{iX}-Werte groß genug sind (z.B. größer als .20).

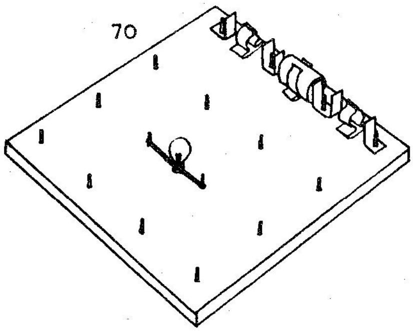
In der folgenden Tabelle 5 sind die entsprechenden Items, ihre Variablen-Valenzen und zugeordneten Sachstrukturmuster eingetragen, sowie die diesen Sachstrukturmustern zugeordneten mittleren Lösungswahrscheinlichkeiten $\bar{p}_f$. Ferner sind die empirisch erhaltenen Werte von p_i und r_{iX} angegeben, wobei X der Summenwert des dem Sachstrukturmuster M_f zugeordneten homogenen Untertests I_f ist.

Abb. 9 : Die Vorlagen für die Zeichenaufgaben. Der Aufgabentext lautete: Zeichne einen oder mehrere Drähte (Federn) so ein, daß ... (z.B. das Lämpchen leuchtet)!

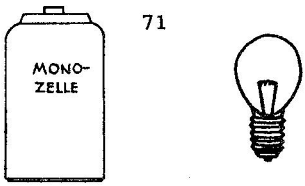
69



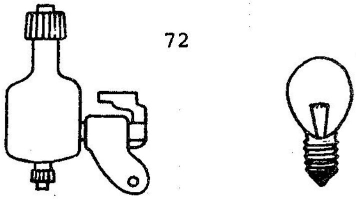
70



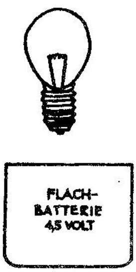
71



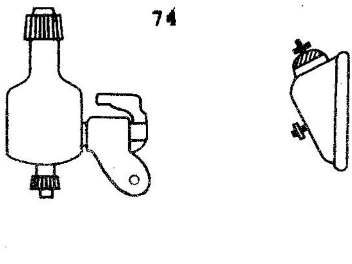
72



73



74



Tab. 5: Prüfung der Vorhersagbarkeit von individuellen Lösungswahrscheinlichkeiten der Schüler durch Vergleich der erhaltenen und erwarteten Werte $\bar{p}_f$ und p_i und die Höhe der Korrelation r_{iX} zwischen Item-Lösungswahrscheinlichkeit und Lösungswahrscheinlichkeit der Schüler (Trennschärfe; vgl. Abschnitt 3.4.).
(Bei N = 93 ist $r_{iX} > .2o$ signifikant größer null, eine Abweichung der p-Werte von $\Delta p > .o8$ ist ebenfalls signifikant.)

Item Nr.	Itemvalenzen der Variablen				Zugeordnetes Muster		Erwarteter u.erhaltener -Wert			
	Q	V	ST	AT	M_f	f	$\bar{p}_f$	p_i	r_{iX}	ü
61	B	-	R	ZA	(S^{++}),(R)	2	.80	.74	.26	a
62	D	-	R	ZA	(S^{--}),(R)	4	.27	.44	.15	c
63	-	R	R	ZA	-	-	-	.49	–	–
64	-	L	R	ZA	(S^{--}),(R)	4	.27	.40	.29	b
65	Mo	-	R	ZA	(S^{--}),(R)	4	.27	.22	.11	c
66	D	R	R	ZV	(S^{--}),(R)	4	.27	.42	.o4	c
67	Mo	L	R	ZV	(S^{--}),(R)	4	.27	.30	.1o	c
68	B	L	R	ZV	(S^{+}),(R) 1)	3	.68	.65	.35	(a)
69	NF	NF	R	Z	(S^{++}),(R)	2	.80	.49	.22	b
70	NF	NF	R	Z	(S^{++}),(R)	2	.80	.60	.25	b
71	Mo	L	R	Z	(S^{--}),(R)	4	.27	.16	.6o	b
72	D	L	R	Z	(S^{--}),(R)	4	.27	.14	.38	b
73	B	L	R	Z	(S^{--})(R)	4	.27	.20	.58	a
74	D	R	R	Z	(S^{--}),(R)	4	.27	.24	.28	a
75	B	L	R	E	(S^{--}),(R)	4	.27	.39	.31	b
76	D	R	R	E	(S^{--}),(R)	4	.27	.16	.1o	c
77	NF	NF	R	E	(S^{++}),(R)	2	.80	.77	.2o	a

1) Das am besten passende Sachstrukturmuster wurde a posteriori gemäß dem am nächsten liegenden Wert von $\bar{p}_f$ ermittelt.
Abkürzungen folgen auf der nächsten Seite.

Neue Abkürzungen:

AT = Aufgabentyp

ZA = Zahl der Anschlußstellen

ZV = Zahl der Verbindungen

ü = Grad der Übereinstimmung

a = befriedigend bzgl. p_i und r_{iX}

Z = Zeichenaufgabe

E = Experimentelle Aufgabe

Mo = Monozelle

b = befriedigend bzgl. r_{iX}

c = unbefriedigend

Beim Item 68 mußte das Sachstrukturmuster a posteriori ausgesucht werden, da die richtige Anzahl von zwei Verbindungen sowohl bei einem durch Symmetrie suggerierten Schaltungstyp ($>$) als auch bei einem durch Symmetrie nicht suggerierten Schaltungstyp (=) vorkommt. Bei Item 63 konnte kein Sachstrukturmuster zugeordnet werden, da die Items mit Rücklicht zu keinem der homogenen Untertests gehören (vgl. Tabb. 4).

Die Übereinstimmung wurde in drei Grade eingeteilt. Grad a ist gegeben, wenn $|\overline{p}_f - p_i| \leq .08$ ist und $r_{iX} > .2o$. Das bedeutet, daß die vorausgesagte mittlere Lösungswahrscheinlichkeit innerhalb der Meßgenauigkeit mit der tatsächlichen übereinstimmt und ein signifikanter Zusammenhang zwischen geschätzter und beobachteter individueller Lösungswahrscheinlichkeit besteht. Grad b ist gegeben, wenn die erste Bedingung zwar nicht erfüllt ist, aber die zweite. Das bedeutet, daß zwar die absolute Höhe der vorhergesagten Lösungswahrscheinlichkeiten nicht stimmt, aber ungefähr die richtige Rangordnung der individuellen Lösungswahrscheinlichkeiten vorhergesagt wird.

Bemerkenswert sind die durchweg guten bis sehr guten Trennschärfen bei den Zeichenaufgaben. Das bedeutet, daß die passive Unterscheidung richtiger und falscher Schaltungen ähnliche Fähigkeiten erfordert wie die (aktive) Zeichnung richtiger Schaltungen. Dieses Ergebnis ist auch ein Beleg für den diagnostischen Wert der Beurteilungsaufgaben (1 - 6o, Abb. 1). Es wird weiter unterstützt durch die hohe Trennschärfe bei wenigstens einer experimentellen Aufgabe (Batterie und Lämpchen).

Die niedrige Trennschärfe bei Item 76 (Dynamo und Rücklicht, experimentell) kann durch besondere Fähigkeiten oder aber mangelnde Zuverlässigkeit der Testdurchführung und Auswertung verursacht sein. Für letzteres spricht die Beobachtung, daß durch die besonderen manuellen Schwierigkeiten beim Umgang mit Dynamo und Rücklicht die genaue Feststellung der Absichten und Handlungen der Schüler beim Experimentieren erschwert wird.
Insgesamt lo Items weisen den Grad a oder b auf. Die Übereinstimmung bei ihnen ist also ganz oder teilweise befriedigend. Bei 5 Items ergibt sich keine befriedigende Übereinstimmung.

<u>Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die Vorhersage von individuellen Lösungswahrscheinlichkeiten der Schüler beim Lösen andersartiger, aber sachstrukturell ähnlicher Aufgaben mit Hilfe der gemessenen Fähigkeiten in befriedigendem Ausmaß möglich ist.</u>

4.6. Lernen im Verlauf des Unterrichts

Wir hatten schon bei der Diskussion des Grundaxioms auf die Bedeutung der Lösungswahrscheinlichkeit bei der Feststellung von Lernprozessen hingewiesen.

Während des Unterrichtsversuches wurde in zwei Klassen folgendermaßen verfahren: Die gezeichneten Schaltungen der Abb. 1 wurden den Schülern der Reihe nach als Versuchsanleitung in einem teilprogrammierten Unterricht ausgegeben. Bei jeder Schaltung waren von den Schülern drei Aufgaben zu erledigen. Erstens sollten sie vor dem Versuch ihre Vermutung über das Funktionieren des Verbrauchers ankreuzen, dann zweitens die Geräte holen und den Versuch durchführen und drittens ihre eigene Vermutung gemäß dem Ausgang des Versuchs mit rot korrigieren. Diese Art des Unterrichts konnte mit 40 Schülern pro Klasse in einem normalen Klassenraum ca. 8 Wochen ohne wesentliche Verringerung der Motivation der Schüler und ohne Disziplinschwierigkeiten durchgeführt werden.

Zur Bestimmung des Lernprozesses der Schüler wurden die vor jedem einzelnen Versuch geäußerten Vermutungen ausgewertet. Aus diesen Daten ergab sich für einen Schaltungstyp ($>$ bzw. $<$) die Kurve der Abb.10, welche eine deutliche Zunahme der mittleren Lösungswahrscheinlichkeit der Schüler und damit eine Zunahme ihrer Sicherheit beim Transfer des jeweils bereits Gelernten auf die Beurteilung einer neuen Schaltung zum Ausdruck bringt.

Aus dem ersten Teil der Kurve kann man ablesen, daß etwa 4 Wiederholungen entsprechender Experimente nötig sind, bis eine ausreichende Sicherheit in der Beurteilung eines Schaltungstyps bei verschiedenen Quellen und Verbrauchern eintritt. Der Einschnitt bei DF zeigt, daß auch dann noch der Transfer auf leicht abgewandelte, schwierige Schaltungen schwerfällt und im Unterricht geübt werden sollte.

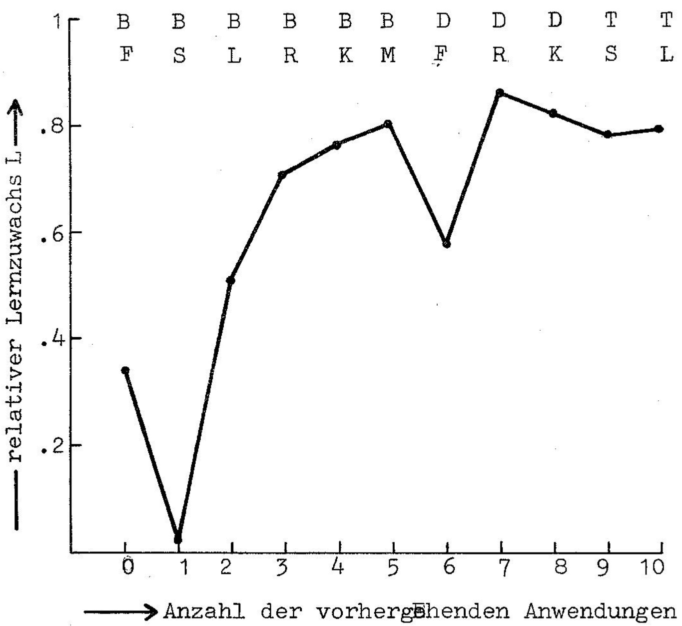


Abb. 1o: Zunahme der Lösungswahrscheinlichkeit bei neuen Schaltungen vom Typ > bzw. < während des Unterrichtsverlaufs.

p_U : Mittlere Lösungswahrscheinlichkeit vor dem Unterricht

p_V : Mittlere Lösungswahrscheinlichkeit im Unterricht

$$L = \frac{p_U - p_V}{1 - p_V}$$

5. Einige Konsequenzen und Anwendungen

5.1. Darstellung und Interpretation von Testergebnissen

In früheren Arbeiten zur Gewinnung von Aussagen über Vorkenntnisse und Unterrichtserfolg aus Testergebnissen (v.Aufschnaiter u.a., 197o; Dahncke und Niedderer, 1971) wurden die aus Item-Schwierigkeitsindizes p_i und Item-Korrelationen r_{ij} erhaltenen Informationen getrennt interpretiert. Durch Zusammenstellung homogener Untertests im Sinne dieser Untersuchung mit den im Abschnitt 4.3. beschriebenen Verfahren wird eine Zusammenfassung dieser Ergebnisse möglich, welche eine übersichtlichere und ökonomischere Darstellung und eine konzentriertere Interpretation durch die Anwendung des hier dargestellten Modells (vgl. Abschnitt 2.5.) ergibt. In der Darstellung der Ergebnisse können die Korrelationen dann ganz fehlen, da sie in die Gewinnung der homogenen Unter tests eingegangen sind und durch diese erklärt werden (vgl. 3.4.). Es genügt, im Vor- und Nachtest die verhaltensbestimmenden Sachstrukturmuster darzustellen und ggf. zu vereinfachen, die mittleren Lösungswahrscheinlichkeiten bezgl. dieser Muster anzugeben und für jedes Muster die Verteilung h (k) der Schüler auf die verschiedenen Ausprägungsgrade der entsprechenden Fähigkeit zu bestimmen.

5.2. Lernzielformulierung

Bei der Lernzielformulierung geht man gewöhnlich davon aus, daß ein Lernziel am genauesten festgelegt ist, wenn es einer Testaufgabe entspricht. Wenn Lernziele als angestrebte Verhaltensdispositionen bzw. Qualifikationen von Schülern (vgl. z.B. KNAB, 1969, S. 178) verstanden werden, so ist darin die Invarianz dieser Verhaltensdispositionen im Strom der Ereignisse mitgedacht, solange nicht Änderungen dieser Verhaltensdispositionen durch Lernen eintreten. Das auf S.15 formulierte stochastische Grundaxiom, nach dem als Invarianten des Verhaltens nur Lösungswahrscheinlichkeiten in Frage kommen, hat die Konsequenz, die eingangs formulierte Zuordnung von Lernziel und Testaufgabe zu verändern.

Da Verhaltensweisen in zueinander homogenen Testaufgaben als Realisationen bzg. eines Parameters der Verhaltenswahrscheinlichkeit aufzufassen sind, kann allen homogenen Testitems nur ein Lernziel zugeordnet werden.
Schon aus den im Vortest erhaltenen Ergebnissen kommt man also dazu, übergreifende Lernziele zu formulieren. Die Lernziele

a) "Die Schüler sollen eine funktionierende Schaltung mit Batterie, Lämpchen und Drähten herstellen können",

b) "die Schüler sollen eine funktionierende Schaltung mit Monozelle, Lämpchen und Drähten herstellen können",

c) "die Schüler sollen eine funktionierende Schaltung mit Dynamo, Rücklicht und Drähten herstellen können"

und ähnliche müßten also in ein Lernziel zusammengefaßt werden. Wenn dabei die Variable "Symmetrie der Schaltung" (vgl. S. 49) vorher erklärt wird, könnte dieses Ziel wie folgt lauten:

> "Die Schüler sollen aus einer Quelle und einem Verbraucher vom Typ S^{--} (z.B. Batterie-Lämpchen, Monozelle-Lämpchen, Dynamo-Rücklicht) eine funktionierende Schaltung mit Hilfe von Drähten herstellen können".

Das bedeutet, daß eine entsprechende Testkonstruktion und die anschließende empirische Auswertung nach dem Modell der Abb. 4, S. 19 zur empirischen Bestimmung des Allgemeinheitsgrades von Lernzielen führen würde. Außerdem könnte auf der Basis der Ergebnisse in einer Erprobungspopulation der für notwendig und möglich gehaltene Grad der Ausprägung entsprechender Fähigkeiten durch Angabe der angestrebten mittleren oder individuellen Lösungswahrscheinlichkeit im Lernziel präzisiert werden (vgl. MAGER, 1969 S. 44 ff).

Damit wäre die Formulierung operationaler (weil nachprüfbarer), allgemeinerer Ziele, etwa im Sinne der Dispositionsziele von EIGENMANN und STRITTMATTER, 1972, möglich.

5.3. Didaktisch angemessene Begriffsstrukturen.

Begriffsstrukturen wurden hier als wissenschaftlich anerkannte funktionale Beziehungen zwischen Begriffen definiert (vgl. S. 10). Die Feststellung von Zusammenhängen zwischen der Sachstruktur von Objekten einerseits und dem Verhalten von Personen andererseits ergibt eine andere Art von Beziehungen zwischen Begriffen. So haben wir z.B. festgestellt, daß im Verhalten der Schüler ein Zusammenhang zwischen der Symmetrie der Schaltung einerseits und der Reaktion "funktioniert" andererseits besteht. Dieser Zusammenhang stellt eine von der Wissenschaft verworfene Begriffstruktur, eine sogenannte falsche Vorstellung dar.

Es ist nun naheliegend, das Verhalten von Schülern dadurch weiter zu erklären, daß man Annahmen über Denkvorgänge bei der Bearbeitung solcher Aufgaben macht und es ist weiterhin naheliegend, daß in diesen Annahmen interne Modelle eine entscheidende Rolle spielen, die ein Abbild der festgestellten Beziehungen zwischen Sachstruktur und Verhaltensreaktion enthalten (vgl.STEINBUCH,1965,S. 196; KROEBEL, 1967, S.293; WELTNER, 1970,S. 114 ; FRANK,1964,S. 27 ; DÖRNER, 1969).

Insofern stellen Aussagen im Rahmen unseres Modells eine Basis für die Untersuchung von Denkvorgängen und speziell von Vorgängen bei der Bildung von Begriffen und Begriffsstrukturen dar.

Verstehen wir nun unter didaktisch angemessenen Begriffsstrukturen solche, die im Verhalten der Schüler nach dem entsprechenden Unterricht als Zusammenhang nachweisbar sind (also von ihnen "erworben" wurden) und außerdem wissenschaftlich anerkannt sind, so haben wir mit dem hier dargestellten Modell die Möglichkeit, zu prüfen, ob eine Begriffsstruktur didaktisch angemessen ist.

Dazu müssen in einer logischen Analyse der Sach- und Begriffsstruktur die Teilbegriffe und ihre Beziehungen festgestellt werden. Danach sind Testaufgaben zu konstruieren, in denen der funktionale Zusammenhang der Begriffe auf Aufgabenstellung und erwartetes Verhalten aufgeteilt wird.

6. Zusammenfassung

1) In einem ersten Teil (Abschnitt 2) werden die Begriffe Signalstruktur, Klassenbegriff, Sachstruktur, Begriffsstruktur, Variable, verhaltensbestimmendes Sachstrukturmuster und Fähigkeit definiert und an Beispielen eines Objektuniversums aus 6o gezeichneten elektrischen Schaltungen mit je einer elektrischen Energiequelle und einem Verbraucher erläutert. In einem Grundaxiom über die Verhaltenswahrscheinlichkeiten als Invarianten im Verhalten eines Schülers wird der stochastische Ansatz des Modells festgelegt und daran anschließend die Homogenität von Items definiert. Das aufgestellte Modell des Testverhaltens wird als eine Abbildung der beobachtbaren Komponenten des Verhaltens, nämlich Objekt, Person und Verhaltensweise auf die Begriffe verhaltensbestimmendes Sachstrukturmuster, Fähigkeit und Verhaltenswahrscheinlichkeit dargestellt. Das Modell ist daran zu prüfen, ob es gestattet, die Lösungswahrscheinlichkeit eines Schülers bei einer neuen Aufgabe, die einem der verhaltensbestimmenden Sachstrukturmuster zugeordnet werden kann, innerhalb der Meßgenauigkeit vorherzusagen.

2) Die Prüfung des Modells erfolgt für einen ersten Aufgabentyp (Items 1 - 6o) durch die Item-Kurven der Abb. 8 (S. 40) und für weitere 17 Items von verschiedenem Aufgabentyp in Tabelle 5 (S. 54). Dabei zeigt sich, daß bei dem ersten Aufgabentyp die vorhergesagten Werte bei den meisten Items innerhalb der Meßgenauigkeit mit den erwarteten Werten übereinstimmen (s. Abb. 8). Werden danach die Lösungswahrscheinlichkeiten für ein verhaltensbestimmendes Sachstrukturmuster aus den Items des ersten Aufgabentyps bestimmt und zur Schätzung der Lösungswahrscheinlichkeiten bei 17 Items der vier anderen Aufgabentypen herangezogen, so ergibt sich bei vier Items eine Übereinstimmung von vorhergesagten und tatsächlichen Werten innerhalb der Meßgenauigkeit. Bei sechs weiteren Items weisen die Vorhersagen bezüglich der Rangordnung von Schülern und der Rangordnung von Items die erwartete Tendenz auf,

während sich bei den restlichen fünf Items unbefriedigende Vorhersagen ergeben. Das bedeutet, daß bei diesen Items andere Fähigkeiten wirksam werden.

3) Aus der empirischen Bestimmung homogener Untertests ergeben sich die verhaltensbestimmenden Sachstrukturmuster 1 - 7 (Tab. 3, S. 46). Eine Analyse der Valenzunterschiede innerhalb jedes Musters und zwischen diesen Mustern legt die Einführung einer neuen Variable "Symmetrie der Schaltung" nahe, um die Muster übersichtlicher und damit für die Anwendung geeigneter darstellen zu können. Daraus ergeben sich vereinfachte verhaltensbestimmende Sachstrukturmuster. Aus ihnen kann man schließen, daß im Verhalten der Schüler ein Zusammenhang zwischen der Symmetrie der Schaltung und ihrer Funktionsfähigkeit zum Ausdruck kommt, der einer falschen Vorstellung entspricht. Symmetrische Schaltungen werden eher für funktionierend gehalten (auch wenn sie es nicht sind), asymmetrische Schaltungen werden eher für nicht funktionierend gehalten (auch wenn sie funktionieren).

4) Diese falsche Vorstellung ist auch im Unterricht nach etwa 5 Unterrichtsstunden und etwa 25 von jedem Schüler selbst durchgeführten Versuchen noch nicht völlig überwunden (Abb. 1o, S. 58).

5) Das vorgeschlagene Modell des Testverhaltens ermöglicht außer der ökonomischen und übersichtlichen Darstellung von Testergebnissen

- die Angabe von Fähigkeitsdimensionen als verhaltensbestimmende Sachstrukturmuster,

- die Messung des Fähigkeitsausmaßes bei einzelnen Schülern durch die Schätzung ihrer individuellen Lösungswahrscheinlichkeit,

- die Untersuchung von Lernprozessen bzgl. der Zunahme der Lösungswahrscheinlichkeit innerhalb einer Fähigkeit und bzgl. der Umstrukturierung der Fähigkeitsdimensionen,

- die Formulierung von Lernzielen, deren Allgemeinheit dem Verhalten der Schüler angepaßt ist, sowie die zugehörige Erfolgskontrolle und

- die Untersuchung von Begriffszusammenhängen im Verhalten der Schüler, welche Rückschlüsse auf möglicherweise als interne Modelle bei den Schülern vorhandene Begriffsstrukturen erlauben.

Anhang 1: Abkürzungen und Bezeichnungen

1.1. Energiequellen und Verbraucher

EQ: Energiequelle
EV: Energieverbraucher
B : Batterie
D : Dynamo
T : Transformator
Mo: Monozelle
NF: Energiequelle oder/und Energieverbraucher des englischen NUFFIELD-Schaltbrettes
F : Lämpchen in Fassung
S : Soffitte
L : Lämpchen
R : Rücklicht
K : Klingel
M : Motor

1.2. Schaltungstypen

$=$: Quelle und Verbraucher sind richtig durch zwei Drähte verbunden
$-$: Quelle und Verbraucher sind durch einen Draht verbunden
$\overline{- -}$: Ein Draht ist unterbrochen
$>$: Zwei Anschlußstellen der Quelle sind mit einer Anschlußstelle des Verbrauchers verbunden
$<$: Eine Anschlußstelle der Quelle ist mit zwei Anschlußstellen des Verbrauchers verbunden
$> \!\! - \!\! <$: Zwei Anschlußstellen von Quelle und Verbraucher sind angeschlossen, aber nur ein Draht bildet die Verbindung
L : In eine Verbindung ist ein Leiter eingebaut, die andere Verbindung bildet ein Draht
NL: Entsprechend wie bei L ist hier ein Nichtleiter in eine Verbindung eingebaut
f.A.: Zwei Drähte sind an Quelle oder Verbraucher an zwei falsche Anschlußstellen angeschlossen

Schüler, Items, Rohwerte und Summenwerte

i : Nummer eines einzelnen Items

I : Itemmenge (Untertest)

I' : Itemmenge I ohne Item i

s : Nummer eines einzelnen Schülers

S : Schülermenge

$S_{k'}$: $s \in S_{k'}$, wenn Schüler s bei den Items von I' einen Summenwert $X'_s = k'$ erreicht hat.

x_{is}: Rohwert des Schülers s bei Item i (= 0 oder 1)

X_s : Summenwert des Schülers s in einem Untertest I

Es gilt: $X_s = \sum_{i \in I} x_{is}$

k' : Ganzzahliger Wert zwischen 0 und $(n_I - 1)$

X'_s : Summenwert im Untertest I'.

N : Anzahl aller Schüler (hier N = 154)

$N_{k'}$: Anzahl der Schüler in $S_{k'}$

n : Anzahl aller Items (hier n = 60 bzw. 77)

n_I : Anzahl der Items in I

Wahrscheinlichkeitsparameter und -schätzwerte

$p(+/s,i)$: Parameter einer angenommenen Verteilung von x_{is}-Werten (z. B. bei Wiederholung) bei Schüler s

$\hat{p}(+/s,i)$: Erwartungswert von $p(+ s,i)$

$p(+/s,M_f)$: Parameter der Verteilung homogener Items mit dem Muster M_f bei einem Schüler s.

$p(+/s,I')$: m.l.-Schätzung des Parameters $p(+ s,i)$ aus der Verteilung der Werte x_{is} bei einem Schüler s und den homogenen Items $j \in I'$.

$p(+/S_{k'},i)$: Schätzung des Parameters $p(+ s,i)$ aus der Verteilung der Werte x_{is} bei den Schülern $s \in S_{k'}$, bei einem Item i, aufgrund der Annahme, daß die Schüler in $S_{k'}$ gleiche Parameter $p(+ s,i)$ haben.

$p(+/s, i \wedge j)$: Parameter der Verteilung der kombinierten Rohwerte $x_{is} \cdot x_{js}$ bei einem Schüler s.

$p(+/S_{k''}, i \wedge j)$: Schätzung dieses Parameters in der Schülermenge $S_{k''} \cdot (s \in S_{k''}$, wenn $X_s = k''$ bei den Items von I",
d.h. I ohne i und j)

$p(i \wedge j) \quad = \frac{1}{N} \cdot \sum_s x_{is} \cdot x_{js}$

$p_i \quad = \frac{1}{N} \cdot \sum_s x_{is} \quad , \; p_j = \frac{1}{N} \cdot \sum_s x_{js}$

$p_s \quad = \frac{1}{n} \sum_i x_{is}$

$\bar{p}_f \quad = \frac{1}{n_I} \; i \; I \; p_i$, mittlere Lösungswahrscheinlichkeit aller Items i I mit dem Muster M_f.

$h(k')$: relative Häufigkeit der Schüler s mit $X_s' = k'$.

<u>Muster und Fähigkeiten</u>

f : Nummer eines homogenen Untertests I_f, gleichzeitig Nummer der entsprechenden Fähigkeit

M_f : Verhaltensbestimmendes Sachstrukturmuster zum homogenen Untertest I_f

Anhang 2

Tab. 6: Vergleich ähnlicher Items in einem Vortest

i, j	p_i	p_j	$p(i \wedge j)$	$p_i \cdot p_j$
15, 10	.86	.79	.75	.68
16, 12	.73	.62	.56	.45
55, 57	.77	.75	.69	.58
60, 56	.89	.86	.82	.77

Tab. 7: Vergleich von Testergebnissen im Abstand von ca. 4 Wochen (N = 70)

Item i	$p(i_v)$	$p(i_u)$	$p(i_u \wedge i_v)$	$p(i_v) \cdot p(i_u)$
1	.95	1.00	.95	.95
2	.81	.92	.75	.74
3	.68	.76	.53	.52
4	.42	.37	.21	.16
5	.72	.81	.65	.58
6	.73	.81	.62	.59
7	.46	.47	.23	.22
8	.83	1.00	.83	.82
9	.88	.98	.86	.86

Anhang 3

Für die auf Seite 26 notwendige mathematische Umformung wird folgende Vereinfachung der Bezeichnung eingeführt:

$k'' = k$, $l'' = l$, $p(+/S_{k''},i) = x_k$, $p(+/S_{k''},j) = y_k$, $h(k'') = a_k$.

Dann gilt:

$$z = \sum_k x_k y_k a_k - \Big[\sum_k x_k a_k\Big]\cdot\Big[\sum_k y_k a_k\Big]$$

$$= \sum_k x_k y_k a_k - \Big[\sum_k x_k a_k\Big]\cdot\Big[\sum_l y_l a_l\Big]$$

$$= \sum_k x_k y_k a_k - \sum_k x_k a_k \cdot \Big(\sum_l y_l a_l\Big)$$

$$= \sum_k x_k a_k \Big[y_k - \sum_l y_l a_l\Big]$$

$$= \sum_k x_k a_k \Big[y_k (1-a_k) - \sum_{\substack{l \\ l \neq k}} y_l a_l\Big]$$

$$= \sum_k x_k a_k \Big[y_k \cdot \sum_{\substack{l \\ l \neq k}} a_l - \sum_{\substack{l \\ l \neq k}} y_l a_l\Big],$$

$$\text{da } 1 = \sum_l a_l = \sum_{k''} h(k'')$$

$$= \sum_k x_k a_k \Big[\sum_{\substack{l \\ l \neq k}} a_l (y_k - y_l)\Big]$$

Faßt man in der zweiten Summe je zwei Summanden mit den Werten $k = b$ und $l = c$ $(b \neq c)$ bzw. $k = c$ und $l = b$ zusammen, so erhält man folgende S mmanden:

$$x_b a_b a_c \cdot (y_b - y_c) + x_c a_c a_b \cdot (y_c - y_b)$$

$$= a_b a_c \cdot (x_b - x_c) \cdot (y_b - y_c)$$

Damit ergibt sich:

$$z = \sum_k \sum_{k>l} (x_k - x_l) \cdot (y_k - y_l) \cdot a_k \cdot a_l$$

(w. z. b. w.)

8. Zitierte Literatur

AUFSCHNAITER, S.v.: Die Bedeutung von Taxonomien für die Entwicklung eines Physikcurriculums, Polykop. Manuskript, IPN Kiel, 1971

AUFSCHNAITER, DUIT, FILLBRANDT, NIEDDERER: Vorkenntnisse, Unterrichtserfolge und Begriffsstrukturen bei der Behandlung des einfachen elektrischen Stromkreises im 5. Schuljahr, NiU 18, 135, 1971

BLEICHROTH, W.: Naturlehre (Physik - Chemie) für die Volksschule, Zu Themenkreis 1, Elektrizität im Hause, Düsseldorf, 1964

BRONSTEIN - SEMENDJAJEW: Taschenbuch der Mathematik, Leipzig 1962[5]

DAHNCKE, H. und NIEDDERER, H.: Ergebnisse über die Bildung des Energiebegriffs im 5. Schuljahr, PhU 5, Heft 1, S. 51, 1971

DÖRNER, D.: Denken mit Klassenbegriffen, Modelle für die Verarbeitung abstrakter Inhalte beim Menschen, Diss. Kiel, 1969

DÖRNER, D.: Informationsanalyse, Vorlesungsmanuskript des Psych. Instituts der Universität Kiel, 1970

EIGENMANN, J. und STRITTMATTER, A.: Ein Zielebenenmodell zur Curriculumkonstruktion (ZEM), Freiburg, 1971

FISCHER, H.: Psychologische Testtheorie, Bern und Stuttgart, 1968

FRANK, H.: Kybernetische Betrachtungen über Lehr- und Lernprozesse, pl 1 , H1/22, 1964

FREY, K.: Theorien des Curriculum, Weinheim, 1971

FRICKE, R.: Schulleistungsmessung auf der Grundlage des logistischen Meßmodells von Rasch, Diss.Braunschweig, 1971

GALILEI, G.: Il saggiatore (der Goldwäger), zitiert nach A.C. Crombie: Von Augustin bis Galilei: Die Emanzipation der Naturwissenschaft, Köln-Berlin, 1965[2], S. 374

GARNER, W.R. and CLEMENT, D.E.: Goodness of pattern and pattern uncertainty, Journal of verbal learning and verbal behaviour 2, 446 - 452, 1963

GARNER, W.R.: Good patterns have few alternatives, American Scientist, Vol. 58, No 1, 34 - 42, 197o

HAHN, TÖPFER, BRUHN: Methodik des Physikunterrichts, Heidelberg 197o

IPN Curriculum Physik, Didaktische Anleitungen zu den Unterrichtseinheiten 5.1. - 5.3., Stuttgart, 197o

JUNG, W.: Beiträge zur Didaktik der Physik, Frankfurt, 197o

KNAB, D.: Curriculumforschung und Lehrplanreform, neue Sammlung, 9, 169, 1969

KROEBEL, W.: Entwicklung eines Modells zum Verständnis der menschlichen Geistestätigkeit nach den Ergebnissen der kritischen Philosophie, in W. KROEBEL (Hrsg.): Fortschritte der Kybernetik, München, 1967

KROEBEL, W.: Vorstellen, Denken und Erkennen in kybernetischer Sicht, Vortragsmanuskript 1968

KROEBEL, W.: Ein neues Verfahren zur Bestimmung der relativen subjektiven Information aus Messungen des Lesegeschwindigkeitsverlaufs, in: B. Rollett und K. Weltner (Hrsg.) Fortschritte der Unterrichtstechnologie, München, 1971

LIENERT, G.: Testaufbau und Testanalyse, Weinheim, 1967^2

LORD, F.M. and NOVICK, M.R.: Statistical Theories of mental test scores, Reading Mass., 1968

MAGER, R.F.: Lernziele und programmierter Unterricht, Weinheim, 1969^9

MOTHES, H.: Methodik und Didaktik der Naturlehre, Köln 1968^7

NIEDDERER, H.: Die Funktion lernzielorientierter Tests bei der Entwicklung des IPN Curriculum Physik, PhU 5, Heft 2, S. 5o, 1971

NUFFIELD Physics: Teacher's Guide II, Published for the Nuffield Foundation, Longmans Penguin Books, London, 1967

PFANZAGL, J.: Allgemeine Methodenlehre der Statistik II, Berlin, 1966

SIMON, G.: Physik und Chemie 1, Hannover, 1967

SIXTL, F.: Meßmethoden der Psychologie, Weinheim, 1967

SPADA, H.F.: Grundlagenforschung zur Intelligenzdiagnostik: Theoretische und experimentelle Ergebnisse zur Anwendbarkeit stochastischer Meßmodelle bei der Konstruktion homogener Intelligenztests, Diss. Wien, 1969

STEINBUCH, K.: Automat und Mensch, Kybernetische Tatsachen und Hypothesen, Berlin, Heidelberg, 1965[3]

WELTNER, K.: Informationstheorie und Erziehungswissenschaft, Quickborn, 197o

Herrn Prof. Dr. W. Kroebel danke ich für die langjährige, wohlwollende Förderung meiner Arbeit und wertvolle Anregungen bei der Eingrenzung des Themas. Herrn Prof. Dr. K. Hecht und Herrn Prof. Dr. W. Westphal danke ich für die Möglichkeit, diese Arbeit in die Institutsarbeit einzuplanen und mir die benötigte Arbeitszeit zur Verfügung zu stellen. Diesen beiden Herren und meinen Kollegen bin ich für zahlreiche Diskussionen und Verbesserungsvorschläge dankbar.

Frau Helm danke ich stellvertretend für alle Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter, die mir im Laufe der Zeit in technischen Dingen geholfen haben, den Herren Jörgensen, Mach und Fillbrandt für ihren unermüdlichen Beistand bei der elektronischen Datenverarbeitung.

Lebenslauf

Am 23. Dezember 1938 wurde ich in Santiago de Chile als erstes von vier Kindern des Exportkaufmannes Fritz Niedderer und seiner Ehefrau Inga, geb. Olsson, geboren. Nach Ausbruch des Krieges reisten wir 1941 über Japan und Rußland nach Deutschland zurück und fanden nach dem Krieg in Reichertshausen, Kreis Heilbronn, unsere endgültige Heimat.

Von 1945 bis 1949 besuchte ich die Grundschule Reichertshausen, von 1949 bis 1955 das Progymnasium Möckmühl und von 1955 bis 1958 das Gottlieb Daimler Gymnasium in Stuttgart-Bad Cannstatt, wo ich 1958 die Reifeprüfung ablegte.

Danach folgten ein halbjähriges Industriepraktikum und 4 Semester Studium der Physik und Mathematik an der TH Stuttgart. Nach dem hier abgelegten Vordiplom in Physik studierte ich 2 Semester vorwiegend Philosophie und Pädagogik an beiden Hochschulen in Westberlin und legte dort das Philosophikum ab. Von 1961 bis 1965 (8 Semester) setzte ich mein Studium der Physik und Mathematik in Tübingen fort und legte 1965 das Staatsexamen in diesen Fächern ab.

1965 heiratete ich die Hauswirtschaftsleiterin Sabine Majer, 1970 wurde unser Sohn Sven-Erik geboren.

Seit 1965 bin ich als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften tätig. Meine Arbeitsfelder waren: Durchführung von Praktika und Seminaren für Lehrerstudenten mit dem Fach Physik, Veranstaltung von Fortbildungskursen für Lehrer, Entwicklungs- und Forschungsarbeit bei der Erstellung eines Curriculums für den Physikunterricht im 5. bis 10. Schuljahr.

H. Niedderer